

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXIX.

I. *Ueber die durch kleine electromotorische Kräfte
erzeugte galvanische Polarisation;
von C. Fromme.*

(Hierzu Taf. V Fig. 1—18.)

1. Abhandlung.

Die H-O-Polarisation des Platins.

Die Aufstellung der Gesetze der galvanischen Polarisation, welche durch grosse Kräfte erzeugt ist, d. h. durch Kräfte, die in leicht sichtbarer Weise Wasser zersetzen, begegnet gewissen, nicht leicht zu überwindenden Schwierigkeiten.

Zunächst fehlt eine durchaus einwurfsfreie Methode, welche gestattete, die Grösse der Polarisation während des Durchganges des galvanischen Stromes zu messen. Man hat diesem Mangel dadurch abzuhelpen gesucht, dass man im Augenblicke der Entfernung der polarisirenden Kraft das Voltameter mit einem rasch schwingenden Galvanometer oder Electrometer verband, und die bis zu erfolgter Ablesung desselben eingetretene — wie man annahm, sehr kleine — Abnahme der Polarisation vernachlässigte. Indessen ist diese Abnahme in den ersten Momenten meistens durchaus nicht gering, oft sogar recht gross, und ich habe deshalb schon früher einmal auf die Nothwendigkeit, bei geschlossenem Strome zu beobachten, hingewiesen.

Wichtig für unsere Erkenntniss des Wesens der Polarisation ist es ferner, nicht allein die Gesamtpolarisation, sondern auch diejenige jeder einzelnen Electrode während der Wirkung der polarisirenden Kraft messen zu können —

eine Aufgabe, welche für grosse Kräfte von keiner der vorhandenen Methoden in aller Strenge gelöst zu werden scheint.

Endlich dürfen wir aus dem Vorgange des Verschwindens der Polarisation, und zwar an jeder Electrode gesondert, eine wesentliche Bereicherung unserer Kenntnisse erwarten, wenn dieser Vorgang in möglichster Einfachheit studirt wird. Das ist aber bei der durch grosse Kräfte erzeugten Polarisation nicht der Fall, weil sich die Flüssigkeit mit ausgeschiedenem Gas sättigt, — wodurch der Process des Verschwindens wesentlich modificirt wird.

Die genannten Schwierigkeiten vermeidet man bei einer Beschränkung auf kleine polarisirende Kräfte, d. h. auf solche, bei denen ohne Anwendung besonderer Vorkehrungen eine Wasserzersetzung nicht zu beobachten ist.

Zuerst ist nämlich eine Methode, welche bei grossen Kräften nur unter gewissen Vorsichtsmaassregeln zur Messung der Polarisation im geschlossenen Kreise verwendet werden darf¹⁾, die Methode von Fuchs, hier unbedenklich anwendbar, weil die electromotorische Kraft (E. K.) der Polarisation die polarisirende so nahe erreicht, dass das Potentialgefälle im Kreise vernachlässigt werden darf. Diese Methode aber besteht bekanntlich darin, dass man hinter der Electrode, deren Polarisation gemessen werden soll, d. h. ausserhalb des Stromweges, eine dritte, neutral bleibende, einschaltet, diese mit dem einen Quadrantenpaare eines Electrometers und die polarisirte mit dem anderen, zur Erde abgeleiteten Paare verbindet.

Hiermit ist es also möglich, die Polarisation einer jeden Electrode einzeln und während der Wirkung der polarisirenden Kraft zu messen, sowie auch das Verschwinden der Polarisation an jeder Electrode bei Unterbrechung des Kreises von Anfang an in bequemer Weise zu verfolgen.

Endlich bietet die Anwendung nur kleiner polarisirender Kräfte die Gewähr, dass die Flüssigkeit möglichst von Gas frei bleibt, dass also der Vorgang des Verschwindens der Polarisation in möglichster Einfachheit abläuft.

1) Hierüber werde ich mich in einer späteren Mittheilung äussern.

Die durch kleine Kräfte erzeugte Polarisation war nun in den letzten Jahren auch vielfach der Gegenstand von Untersuchungen.

Doch legten die meisten der Beobachter dem Plane und der Discussion ihrer Versuche die W. Thomson'sche Auffassung zu Grunde, dass sich eine Zersetzungszelle unter der Wirkung kleiner Kräfte wie ein Condensator verhalte. Mir scheint — ich brauche nur auf die Deutung hinzuweisen, welche Herwig seinen Versuchen gegeben hat —, dass diese Auffassung eher geeignet gewesen ist, unsere Kenntnisse zu verwirren, als sie zu klären. Ein eingehender Vergleich zwischen den Eigenschaften eines, kurz gesagt, electrolytischen und eines dielectricischen Condensators ergibt so wenig beiden Gemeinsames, dass man gewiss besser thut, der Thomson'schen Auffassung sich nicht zu bedienen, zumal ja auch Bartoli in der überzeugendsten Weise dargethan hat, dass sich eine Volta'sche Zelle unter der Wirkung grosser und kleiner polarisirender Kräfte durchaus nicht wesentlich verschieden verhält.

Im Folgenden beschränke ich mich auf die Mittheilung von Versuchen über die H-O-Polarisation von Platin in verdünnter Schwefelsäure. Mit den bereits abgeschlossenen Versuchen mit Gold- und Palladiumelectroden werden sich zwei unmittelbar folgende Abhandlungen beschäftigen. Der Schilderung der Versuche schliesse ich nur die nächsten, ohne weiteres sich ergebenden Folgerungen aus denselben an, eine zusammenfassende Erklärung aller Beobachtungsergebnisse werde ich erst nach Veröffentlichung auch der Versuche mit Gold- und Palladiumelectroden geben.

Die beiden Electroden eines Voltameters waren, wenn nicht das Gegentheil bemerkt, immer von gleicher Grösse und Beschaffenheit. Ihre Grösse entfernte sich immer wenig vom 1 qcm, ihre Dicke variirte in verschiedenen Voltametern von 0,002 bis 0,02 cm, ohne dass sich jedoch irgend ein Einfluss derselben herausgestellt hätte. Die Schwefelsäure

war ein- bis dreiprocentig, ein Einfluss des Procentgehaltés hat sich ebenfalls nicht ergeben.

Die Voltameter hatten entweder die Gestalt eines offenen Trogs und enthielten dann nur zwei Electroden, während sich eine dritte neutrale in einem zweiten Trog befand, der dieselbe Flüssigkeit wie die Zersetzungszelle enthielt und durch einen ebenso gefüllten, capillar endigenden Heber mit dieser in Verbindung stand. Das in der Voltameterzelle befindliche Ende des Hebers befand sich jedesmal hinter derjenigen Electrode, deren Polarisation gerade gemessen wurde. Oder die Voltameter hatten die in Fig. 1 gezeichnete Form, waren evacuirbar und enthielten vier gleiche Electroden, von denen die beiden mittleren polarisirt wurden, während die beiden äusseren neutral blieben und je zur Messung der Polarisation der benachbarten Electrode dienten. Von dieser Form wurden drei Voltameter benutzt.¹⁾

Die im 1. bis 8. Abschnitt beschriebenen Versuche sind mit der polarisirenden Kraft eines Daniell'schen oder eines Bunsen'schen Chromsäureelements²⁾ (= 1,5—1,7 Dan.) ausgeführt, nur bei den Versuchen des 9. Abschnitts wurde die polarisirende Kraft mannigfaltig variirt.

Besonders muss hervorgehoben werden, dass eine Electrode entweder nur als Anode oder nur als Kathode diente, wenn nicht ausdrücklich das Gegentheil bemerkt ist. Ebenso ist immer besonders hervorgehoben, wenn einmal die polarisirten Electroden miteinander verbunden worden sind, sowie auch, wenn der Schliessungskreis, welcher für gewöhnlich nur aus dem Voltameter und dem polarisirenden Element gebildet war, noch Rheostatenwiderstand enthielt.

Das Electrometer war Mascart'scher Construction und von Stöhrer in Leipzig gearbeitet.³⁾ Seine Empfindlichkeit

1) Die Dicke der Electroden beträgt in I 0,01 cm, in II 0,002 cm, in III 0,02 cm.

2) Bei der Polarisation durch 1 Chromsäureelement kam es niemals zu einem Aufsteigen von Gas an den Electroden, höchstens erschienen nach längerer Polarisation einzelne festhaftende Gasblasen. Ich zähle deshalb die electromotorische Kraft eines Chromsäureelementes noch zu den kleinen Kräften. Cf. den 9. Abschnitt.

3) Abbildung und Beschreibung findet man in Wiedemann's Electricitat. 1. p. 170—171.

war so regulirt, dass das im Folgenden als Trockendaniell bezeichnete Element in einem Scalenabstand von 180 cm eine einseitige Ablenkung von 80—120 mm hervorrief. Die Nadel des Electrometers war theils durch eine Beetz'sche 72paarige Trockensäule, theils durch eine 100 paarige $\text{Zn-H}_2\text{O-Cu}$ -Batterie geladen. Die Proportionalität der Ablenkung mit der Potentialdifferenz der Quadranten war innerhalb weiter Grenzen eine vollkommene.

Die Empfindlichkeit wurde durch ein sehr constantes Beetz'schen Trockendaniell grösserer Form controlirt, das aus käuflichen Materialien hergestellt war und zeitweise mit einem aus chemisch reinen Materialien construirten Normal-element verglichen wurde. Das letztere bestand aus zwei Gläsern, deren eines mit conc. ZnSO_4 -Lösung, und deren anderes mit conc. CuSO_4 -Lösung gefüllt war, und welche durch einen mit der ZnSO_4 -Lösung gefüllten Heber verbunden wurden. In die Gläser tauchten ein Zn-Stab, resp. ein Cu-Blech.

Im Mittel fand sich:

1 Normaldaniell = 1,08 Trockendaniell.

Das das Voltameter polarisirende Daniell¹⁾ dagegen hatte die gewöhnliche Elementenform und enthielt verd. H_2SO_4 und conc. CuSO_4 -Lösung. Seine electromotorische Kraft war durchschnittlich = 1,05 Trockendaniell = 0,97 Normaldaniell.

Die electromotorischen Kräfte sind im Folgenden, wenn anders die Angaben nicht in Scalentheilen gemacht sind, in Trocken-Daniells ausgedrückt.

Es wird kaum nöthig sein, zu bemerken, dass die mitzutheilenden Beobachtungsreihen nur einen Theil des sehr reichhaltigen Materials bilden.²⁾

1) Nur einmal (Tab. 8) wurde ein Beetz'sches Trockendaniell verwendet.

2) Die Polarisation der Kathode wird im Folgenden als Wasserstoffpolarisation (abgekürzt durch Hp. oder H) und die der Anode als Sauerstoffpolarisation (abgekürzt durch Op. oder O) bezeichnet werden.

1. Das Entstehen der Polarisationen.

Bei den in diesem Abschnitt mitzutheilenden Versuchen ist das Voltameter nur durch das polarisirende Element ohne weiteren Widerstand geschlossen.

Die Gesamtpolarisation erscheint dann, sobald nur eben das Electrometer abgelesen werden kann, der polarisirenden Kraft sehr nahe gleich und merklich constant. Vollständig scheint sie dieselbe niemals zu erreichen.¹⁾ Der Unterschied zwischen beiden ist bei 1 Daniell etwa viermal kleiner, als bei 1 Chromsäureel., wo er bis zu 2 Proc. der Polarisation ansteigen kann, wenn das Voltameter lufthaltig ist. Im luftleeren Voltameter kommt die Polarisation der polarisirenden Kraft erheblich näher.

Während also die Gesamtpolarisation von Anfang an merklich constant ist, ändern sich dagegen die Einzelpolarisationen in dem Sinne, dass die Hp. mit der Dauer der Polarisirung ab-, die Op. um ebensoviel zunimmt. Es ändert sich also das Verhältniss O/H im Sinne einer Zunahme und erreicht erst nach langer Zeit einen constanten Werth.

Ist das Voltameter luftfrei, so findet man bei 1 Daniell anfänglich $H > O$; H nimmt nun zuerst rasch, dann immer langsamer ab — während O zuerst rasch, dann langsamer zunimmt — und wird nach längerer Zeit beträchtlich kleiner als O .

Bei lufthaltigem Voltameter ist die durch 1 Daniell erzeugte Hp. sofort erheblich kleiner, als die Op., mit der Dauer der Polarisirung nimmt aber auch hier O/H zu, wenngleich weniger und sehr langsam. Bei Polarisirung durch 1 Chromsäureel. nimmt gleichfalls O/H zu, doch vollzieht sich die Zunahme immer sehr langsam und ist geringer als bei 1 Daniell. Bezüglich des Verhaltens von O/H bei anderen polarisirenden Kräften vergleiche man den 9. Abschnitt.

Wird der Kreis eine Zeit lang geöffnet und nach theilweisem Verschwinden der Polarisationen von neuem

1) Cf. auch v. Helmholtz, Berl. Monatsber. 1883. p. 647 u. Bartoli, Nuov. Cim. (3) 11. p. 193. 1882.

geschlossen, so ist O/H gewöhnlich zuerst wieder kleiner, desto mehr, je länger die Unterbrechung gedauert hatte, nimmt aber dann schneller als bei der ersten Polarisierung zu. Dies ist besonders deutlich bei der Polarisierung eines luftleeren Voltameters durch 1 Daniell zu beobachten. Ueber Ausnahmen von der obigen Regel cf. Abschnitt 3a.

Tab. 1. Voltam. I, luftleer. Polar. Kraft = 1 Dan. gibt vor Beginn der Versuchsreihe am Electrometer die Ablenkung 109,5.

t = Zeit in Min., vom Beginn der Polarisierung an gezählt.

t^{\min}	1,2	3,9	7,8	10,5	14,6	17,4	24,0	26,7	35,0	37,6	46,1	66,7	89,7
O	45,5	48,9	51,7	53,5	56,1	57,4	59,7	60,5	62,1	62,5	63,4	64,0	64,6
t^{\min}	2,5	5,1	9,2	11,9	16,1	19,0	25,4	28,4	36,3	38,8	47,5	68,0	91,0
H	62,3	59,8	57,2	55,5	53,1	52,0	50,2	49,2	48,1	47,6	46,9	46,0	45,4

Diese Resultate sind in Fig. 2 graphisch dargestellt.

Tab. 2. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig. Polaris. Kraft = 1 Dan.

t	1 ^{min}	1,5 ^{min}	6 ^h
H	31,8	—	22,1
O	—	77,5	85,1

Tab. 3. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig. Polarisierende Kraft = 1 Chrmsäureel. Derselbe gibt am Beginn der Versuchsreihe die Ablenkung 198,5 Scalenth. und am Ende derselben 187,8 Scalenth.

t	1 ^{min}	10 ^{min}	20 ^{min}	1,8 ^h	14 ^h
H	101,0	99,6	98,2	94,2	85,2
O	94,2	94,8	95,3	98,0	99,8

Die Ungleichheit der Aenderung von H und O (bei H: 15,8 Scalenth., bei O nur: 5,6 Scalenth.) erklärt sich folgendermassen: Infolge der Abnahme der E. K. des polarisierenden Elements um 10,7 Scalenth. würde H etwa zu 95,7, O etwa zu 88,9 geworden sein. Die weitere Aenderung von H in 85,2, also um 10,5 Scalenth., und von O in 99,8, also um 10,9 Scalenth., ist dann von derjenigen der E. K. des Elements unabhängig.

Tab. 4. Voltameter I, luftleer. Polar. Kraft = 1 Chromsäureel.

t	1 min	20 min	5 h
O/H	1,18	1,23	1,42

Tab. 5. Voltameter I, luftleer. Polar. Kraft. = 1 Dan.

t	2,7 min	1 h	3 h	Nach Unterbrechung von 40 min	1 min	5 min	Nach Unterbrechung von 17 h	2 min
O/H	0,75	1,46	1,59		1,09	1,57		0,75

2. Einfluss des Schliessungswiderstandes auf die Grösse der Polarisationen.

Wenn man das Voltameter mit dem polarisirenden Element durch einen bedeutenden Widerstand, welcher auch im Element selbst liegen kann, schliesst, so bleibt die Gesamtpolarisation merklich kleiner, als die polarisirende Kraft. Der Unterschied zwischen beiden ist auch dann bei 1 Dan. viel kleiner, als bei 1 Chromsäureel. und kleiner bei einem luftleeren, als bei einem lufthaltigen Voltameter. Bei längerer Dauer der Polarisirung nähert er sich einem kleinsten Werth an.

Gewöhnlich wurde die Grösse einer Polarisation bei den Widerständen 0 und 5000 S.-E. gemessen. Bezeichnen wir die Differenz beider Werthe durch H_{0-5000} und O_{0-5000} , so war bei 1 Daniell mit seltenen Ausnahmen $H_{0-5000} > O_{0-5000}$, mochte das Voltameter luftfrei oder lufthaltig sein. Beide nehmen, soweit das ihre theilweise geringe Grösse erkennen lässt, mit zunehmender Dauer der Polarisirung ab, wachsen aber infolge einer Unterbrechung des Kreises wieder an und sind im lufthaltigen Voltameter grösser, als im luftleeren.

Tab. 6. Bei der polarisirenden Kraft 1 Daniell ergaben sich folgende Mittelwerthe in Scalentheilen aus einer grösseren Zahl von Versuchen:

	Voltam. I		Voltam. II		Voltam. III	
	luftfrei	lufthaltig	luftfrei	lufthaltig	luftfrei	lufthaltig
O_{0-5000}	= 0,25	1,2	0,4	2,0	0,5	3,1
H_{0-5000}	= 0,4	0,7	1,1	2,6	4,1	6,0

Sämmtliche Werthe sind also im Voltameter I am kleinsten, im Voltameter III am grössten. Zu berücksichtigen

bleibt, dass im lufthaltigen Voltameter die Op. viel grösser und die Hp. viel kleiner als im luftleeren ist.

So war bei beginnender Polarisirung des luftfreien Voltameters $O_0 = 79$ und $H_0 = 43$, $O_{0-5000} = 0,4$ und $H_{0-5000} = 3,8$. Bei beginnender Polarisirung des lufthaltigen Voltameters III aber war $O_0 = 101$ und $H_0 = 29$, $O_{0-5000} = 2,6$ und $H_{0-5000} = 10,2$. Nach einer — 3 Tage später erfolgenden — mehrstündigen Polarisirung des lufthaltigen Voltameters war $O_0 = 102$, $H_0 = 15$, $O_{0-5000} = 1,9$, $H_{0-5000} = 2,1$, und nach einer halbstündigen Unterbrechung des Kreises beim Beginn einer neuen Polarisirung $O_0 = 100$, $H_0 = 18$, $O_{0-5000} = 3,7$, $H_{0-5000} = 5,2$.

Tab. 7. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig. Polarisirende Kraft = 1 Daniell, gibt die Ablenkung 123,7 Scalenth. Electroden polarisationsfrei.

<i>W</i>	0	9000	0
<i>H</i>	39,5	26,5	38,9
<i>O</i>	83,3	78,5	83,9
<i>H + O</i>	122,8	105,0	122,8

Tab. 8. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig. Polarisirende Kraft = 1 Beetz'sches Trockendaniell, gibt die Ablenkung 101,0 Scalenth. Ein grosser Widerstand liegt hier im polarisirenden Element, welches ohne weiteren Widerstand durch das Voltameter geschlossen wurde. Electroden polarisationsfrei. Fig. 3.

<i>t</i> min	1	2	4	6	7	9	13	16	24	25	38	40
<i>O</i>	12,4	—	23,5	—	30,8	—	—	44,9	47,2	—	—	48,7
<i>H</i>	—	17,9	—	18,0	—	18,6	18,8	—	—	19,4	19,9	—

Infolge des grossen im Element liegenden Widerstandes entwickeln sich beide Polarisationen während längerer Zeit, namentlich gilt dies von der Op. Erst nach 40 Min. sind nahe constante Werthe erreicht, die Summe beider Polarisationen bleibt aber immer noch beträchtlich hinter der E. K. des Elementes zurück.

Polarisirt man ein luftleeres Voltameter durch 1 Chromsäureel., so sind H_{0-5000} und O_{0-5000} wenig verschieden. Beide werden desto kleiner, je länger polarisirt wird; ihr Unter-

schied ist auch dann gering und von unbestimmter Richtung. Ist aber das Voltameter lufthaltig, so wird H_{0-5000} beträchtlich grösser als O_{0-5000} , welches etwa denselben Werth, wie im luftleeren Voltameter besitzt. Beide nehmen mit der Dauer der Polarisirung ab, O_{0-5000} bis auf einen kleinen Werth, während H_{0-5000} immer gross bleibt. Ist eine zeitlang unterbrochen, so nehmen bei neuer Polarisirung beide wieder grössere Werthe an.

Beim Einschalten von Widerstand beobachtet man, falls erst kurz polarisirt ist, häufig ein nur langsames Sinken der Polarisation an der Kathode¹⁾, wogegen nach längerer Polarisirung an beiden Electroden sofort constante Werthe eintreten. Beim Ausschalten des Widerstandes ist die Zunahme der Polarisationen immer in sehr kurzer Zeit vollendet.

Tab. 9. Voltameter I, luftleer. Polarisirende Kraft = 1 Chromsäureel. Electroden nicht polarisationsfrei.

t	3—12 min	37 min	57 min	72 min	17 h
O_0	138	141	142	145	149
H_0	80	—	—	—	62
O_{0-5000}	8,1	6,7	6,1	5,7	2,3
H_{0-5000}	5,8	—	—	4,5	2,5

Tab. 10. Voltameter III, lufthaltig. Electroden nicht polarisationsfrei.

1 Daniell gab:

$$O_0 = 103, H_0 = 17, O_0/H_0 = 6,0, H_{0-5000} = 4,3,$$

und nach fünfstündiger Schliessung:

$$O_0/H_0 = 6,7, H_{0-5000} = 2,1, O_{0-5000} = 1,9.$$

Darauf gab 1 Chromsäureel:

$$O_0 = 110, H_0 = 97, O_0/H_0 = 1,13, H_{0-5000} = 35,4, O_{0-5000} = 1,1.$$

Nach halbstündiger Unterbrechung wurde wieder durch 1 Daniell polarisirt, welcher sogleich gab:

$$O_0/H_0 = 5,55, H_{0-5000} = 5,2, O_{0-5000} = 3,7.$$

Endlich wurde wieder das Daniell durch 1 Chromsäureel ersetzt und sogleich beobachtet:

$$O_0/H_0 = 1,18, H_{0-5000} = 43,4, O_{0-5000} = 2,1,$$

1) Cf. den 6. Abschn. p. 525. Anmerk.

aber nach fünfzehnstündiger Polarisirung:

$$O_0/H_0 = 1,34, \quad H_{0-5000} = 21,0, \quad O_{0-5000} = 2,5.$$

Aus allen Versuchen folgt, dass das Verhältniss O/H ausser von der Dauer der Polarisirung auch von dem Widerstande der Schliessung abhängt. Namentlich bei lufthaltigem Voltameter tritt dieser Einfluss des Schliessungswiderstandes hervor, der sich dann in einer — bei Polarisirung durch 1 Chromsäureel. bedeutenden — Zunahme von O/H mit wachsendem Widerstande äussert.

3. Einfluss einer vorhergegangenen Polarisirung,

a) wenn dieselbe in der gleichen, b) wenn sie in der entgegengesetzten Richtung erfolgte:

a) Gleiche Richtung. — Das Verhältniss O/H der beiden Polarisationen ist desto grösser, je öfter und länger die Electroden in derselben Richtung, sei es durch die gleiche (1 Daniell, 1 Chromsäureel., cf. den ersten Abschnitt) oder durch eine grössere Kraft (1 Chromsäureel. vor 1 Daniell) polarisirt waren. Eine lange Polarisirung durch 1 Daniell fördert keine so hohen Werthe von O/H , wie eine dem Daniell vorhergegangene Polarisirung durch 1 Chromsäure.

Der auf eine Zunahme von O/H zielende Einfluss früherer Kräfte verschwindet wieder mit verschwindender Polarisirung der Electroden, aber er ist nicht immer dann am grössten, wenn dieselbe an beiden eine möglichst hohe ist.

Zunächst darf nämlich die restirende E. K. der Polarisirung nicht grösser, als die anzuwendende polarisirende Kraft sein, da sonst bei der Schliessung des Kreises die Electroden zuerst entgegengesetzt polarisirt werden — wodurch sehr complicirte Verhältnisse entstehen können.

Sodann aber hängt die Grösse des Einflusses, welchen vorhergegangene Polarisirungen auf das Verhältniss O/H bei einer nachfolgenden ausüben, auch von dem Verhältnisse der restirenden Polarisationen ab: Je grösser O/H vor dem Beginne einer neuen Polarisirung ist, desto grösser ist es auch während derselben.

Hierdurch erklärt sich, dass durch wiederholte, unterbrochene Einwirkung einer polarisirenden Kraft ein grösserer

Werth von O/H — sei es überhaupt oder nur rascher — erreicht werden kann, als durch lange und ununterbrochene Wirkung. Es tritt dies nämlich dann ein, wenn während der Unterbrechungen die H_p auf einen kleinen Werth sinkt, aber die Op gross bleibt.

Tab. 11. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig, Electroden polarisationsfrei. Polarisirende Kraft 1 Daniell.

Nach sechsständiger Polarisirung:

$$O = 85,1, \quad H = 22,1, \quad O/H = 3,85.$$

Unterbrochen. Nach $1,5^{\text{min}}$: $O = 68,$ $H = 0.$

Geschlossen. $O = 86,4,$ $H = 20,7,$ $O/H = 4,17.$

Unterbrochen, $1\frac{1}{2}^{\text{min}}$ lang.

Geschlossen. $O = 86,7,$ $H = 20,0,$ $O/H = 4,33.$

Trotzdem also schon 6^h lang polarisirt worden war, wuchs O/H dennoch — infolge der dreimaligen Unterbrechung — in wenigen Minuten merklich an.

Tab. 12. Voltameter I, luftleer. Die Electroden sind früher nur durch 1 Daniell polarisirt und jetzt fast vollkommen polarisationsfrei. Polarisirende Kraft = 1 Chromsäureel. gibt die Ablenkung 210,3 Scalenth. = 1,7 Daniell.

t^{sec}	70	140	230	480	560	650	800
H	90,1	—	89,3	—	89,1	—	88,8
O	—	118,8	—	119,9	—	119,9	—
H + O	208,5			209,0			

Unterbrochen. Nach 8^{min} : $H = 34,$ $O = 52.$
Geschlossen.

t^{sec}	60	180	240	300
H	—	—	82,2	—
O	123,8	126,6	—	128,6

O/H war also infolge der Unterbrechung gewachsen, und nahm weiter noch stark zu.

Unterbrochen. Nach 7^{min} : $H = 24,$ $O = 69.$

Geschlossen. $H = 76,8,$ also nochmals kleiner.

Unterbrochen. Nach 1^h : $H = 0,$ $O = 50.$

Das Chromsäureel. durch 1 Daniell ersetzt:

$$H = 20,5, \quad O = 101,7, \quad O/H = 4,96.^1)$$

1) Eine den Beobachtungen in Tab. 12 vorhergegangene Polarisirung durch 1 Daniell hatte, obwohl $1\frac{1}{2}^h$ während, nur zu dem Werthe $O/H = 1,62$ geführt.

Nach 2^{min} wieder durch das Chromsäureel. polarisirt:

$$H = 67,2, \quad O = 141,6, \quad O/H = 2,11,$$

O/H ist also nochmals gewachsen.

Am folgenden Tage waren beide Polarisationen sehr nahe gleich Null.

1 Daniell gab:

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\text{min}} H = 67,6, \quad 2^{\text{min}} O = 54,9 \\ 3^{\text{min}} H = 64,4, \quad 4^{\text{min}} O = 57,6 \end{array} \right\} \text{ also } O/H < 1.$$

1 Chromsäureel. gab darauf:

$$H = 81,8, \quad O = 127,9, \quad O/H = 1,56.$$

Unterbrochen. Nach 10^{min}: $H = 29, \quad O = 70.$

1 Daniell gab dann:

$$H = 29,6, \quad O = 93,6, \quad O/H = 3,16,$$

und nach 9^{min}: $H = 25,8, \quad O = 96,8, \quad O/H = 3,75.$

Tab. 13. Die folgenden Versuche bezweckten, den Einfluss festzustellen, welchen die Polarisation nur einer Electrode auf das Verhältniss O/H der durch eine nachfolgende Kraft erzeugten Polarisationen ausübt.

Es wurde deshalb in das trogförmige, lufthaltige Voltameter zwischen die beiden Electroden zeitweilig noch eine dritte eingeführt, welche als Anode diente, wenn nur die Kathode, und als Kathode, wenn nur die Anode polarisirt werden sollte.

Voltameter durch 1 Daniell geschlossen. Nach längerer Zeit: $O = 86,0, \quad H = 39,2, \quad O/H = 2,20.$

Anode 10^{min} lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt.

Unterbrochen. $O = 62, \quad H = 10.$

Geschlossen durch 1 Daniell.

$$1^{\text{min}} O = 90,6, \quad 2^{\text{min}} H = 34,5, \quad 3^{\text{min}} O = 89,3.$$

Unterbrochen. Nach 5^{min}: $O = 54, \quad H = 12.$

Geschlossen. $1^{\text{min}} H = 34,8, \quad 2^{\text{min}} O = 88,7, \quad O/H = 2,55.$

Kathode 10^{min} lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt:

Unterbrochen. $O = 35, \quad H = 18.$

Geschlossen durch 1 Daniell.

$$1^{\text{min}} H = 37,4, \quad 2^{\text{min}} O = 86,2, \quad 3^{\text{min}} H = 37,8, \quad O/H = 2,30.$$

Unterbrochen. Nach 5^{min}: $O = 53, \quad H = 15.$

Geschlossen durch 1 Daniell.

$$1^{\text{min}} O = 88,3, \quad 2^{\text{min}} H = 36,0, \quad O/H = 2,45.$$

Am folgenden Tage wurde durch 1 Daniell 20^{min} lang polarisirt: $O=87,5$, $H=39,6$, $O/H=2,21$.

Anode 15^{min} lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt:
Unterbrochen. $O=69$, $H=-3,1$)

Geschlossen durch 1 Daniell.

1^{min} $H=30,6$, 2^{min} $O=93,7$, 3^{min} $H=33,0$,
12^{min} $H=36,0$, 13^{min} $O=89,8$, 14^{min} $H=36,0$, $O/H=2,50$.

Unterbrochen. Nach 6^{min}: $O=64$, $H=4$.

Geschlossen.

1^{min} $O=91,2$, 2^{min} $H=34,8$, 3^{min} $O=90,0$,
4^{min} $H=35,5$, 14^{min} $H=35,7$, 15^{min} $O=88,8$, $O/H=2,49$.

Kathode 30^{min} lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt:

Unterbrochen. $O=36$, $H=19$.

Geschlossen durch 1 Daniell.

1^{min} $H=37,3$, 2^{min} $O=86,4$, 3^{min} $H=36,4$,
13^{min} $H=34,3$, 14^{min} $O=88,1$, 15^{min} $H=34,0$, $O/H=2,58$.

Unterbrochen. Nach 5^{min}: $O=65$, $H=3$.

Geschlossen durch 1 Daniell.

1^{min} $H=30,1$, 2^{min} $O=90,9$, 3^{min} $H=31,4$,
8^{min} $H=33,0$, 9^{min} $O=89,1$, $O/H=2,70$.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass auf das während der Wirkung einer Kraft bestehende Verhältniss O/H dasjenige, welches vor dem Beginne ihrer Wirkung besteht, von dem grössten Einflusse ist. War die restirende Op. gross im Vergleich zu der Hp., so ist unter der Wirkung der folgenden Kraft auch O/H gross und nimmt ab. War umgekehrt die Op. klein im Vergleich zu der Hp., so ist auch nachher O/H zuerst kleiner, nimmt aber zu.

Die Wirkung, welche die Polarisirung nur einer Electrode auf das Verhältniss O/H bei einer folgenden Polarisirung beider Electroden zugleich hat, ist also grossentheils vorübergehend, die dauernde Wirkung ist bei den obigen Versuchen nur gering und besteht in der schliesslichen Erreichung eines etwas grösseren Werthes von O/H , mag die Kathode oder die Anode vorher polarisirt worden sein.

1) Das negative Vorzeichen bedeutet, dass an der Kathode eine Op. bestand. Cf. d. 8. Abschn.

Tab. 14. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig. Das Daniell gab $O = 91,1$, $H = 30,7$, $O/H = 2,97$.

Nun wurde der Kathode unter Zuhülfenahme eines dritten Platinbleches (cf. die Tab. 13) eine Polarisation $H = 101$ ertheilt, welche (cf. den 6. Abschnitt) die Eigenschaft besass, im geöffneten Kreise anfänglich langsam, später rascher und endlich wieder langsamer zu verschwinden. Während noch $H = 101$ war, wurde wieder durch das Daniell geschlossen. Fig. 4.

t^{\min}	1	3	5	7	17	19	36	37	38	39	40
H	101,3	—	100,5	—	—	98,8	90,2	—	85,7	—	81,2
O	—	20,5	—	20,9	21,5	—	—	32,4	—	37,4	—

t^{\min}	41	42	43	44	45	46	47	48	58	59
H	—	75,0	—	65,0	—	58,2	—	47,3	39,2	—
O	43,0	—	50,5	—	63,5	—	72,0	—	—	82,1

Nach $4\frac{1}{2}^h$ war: $H = 31,1$, $O = 87,4$, $O/H = 2,81$. Auch hier bleibt also der durch die restirende grosse Hp. gebotene, anfänglich kleine Werth von O/H nicht bestehen, sondern nach Ablauf längerer Zeit wird der vor der einseitigen Polarisirung beobachtete Werth nahezu wieder erreicht.

Der obige Versuch entspricht insofern dem in Tab. 1 des 1. Abschnittes beschriebenen, als im Beginn der Polarisirung durch das Daniell hier wie dort die Hp. gross und die Op. klein war. Aber während dort die durch das Daniell selbst erzeugte Hp. im Anfang am schnellsten, und später immer langsamer sich vermindert, nimmt hier die vom Daniell vorgefundene Hp. anfänglich langsam, dann rascher und endlich wieder langsamer ab, nämlich nach demselben Gesetz, nach welchem sie auch im offenen Kreise ohne Polarisirung durch den Daniell abgenommen haben würde. Die Op. ergänzt auch jetzt die Hp. sehr nahe zur E. K. des Daniells.

b) Entgegengesetzte Richtung. — Tab. 15. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig, polarisationsfrei. 1 Daniell gab nach 15^{\min} langer Wirkung: $H = 44,8$, $O = 74,1$, $O + H = 118,9$. Richtung der Polarisirung umgekehrt auf $t = 0^{\text{sec}}$:

t^{sec}	40	90	150	1560
H	27,3	—	27,4	32,5
O	—	86,5	—	86,0
H + O	113,8			118,5

Tab. 16. Voltameter I, luftleer. Polarisirt durch 1 Daniell. Nach langer Zeit ist $O = 80,0$, $H = 31,4$. Richtung der Polarisirung gewechselt, $t = 0^{\text{sec}}$:

t^{sec}	30	40	90	150
H	12,4	14,4	—	19,4
O	—	—	91,9	—

Tab. 17. Voltameter I, lufthaltig. Polarisirt durch 1 Daniell. Nach langer Zeit ist $O = 83,0$, $H = 47,5$. Richtung der Polarisirung gewechselt: 40^{sec} : $H = 21,7$, 110^{sec} : $O = 111,0$. Unterbrochen. Nach 5^{min} bestand an der Anode (im Sinne der ersten Richtung) die Op. = 26 und an der Kathode die Op. = 16. Es war also an der früheren Anode die Op. unter der letzten Hp. wieder zum Vorschein gekommen, während die Hp. an der früheren Kathode durch die letzte Op. überwältigt war.

Die Versuche zeigen, dass, wenn bei der Polarisirung durch 1 Daniell die Richtung gewechselt wird, eine kleinere Hp. und eine grössere Op. erscheint. Die Hp. nimmt zu, aber nicht bis zu dem bei der ersten Polarisirung innegehabten Werthe, die Op. dagegen bleibt auf ihrem grösseren Werthe etwa stehen. Die Gesammtpolarisation ist also anfangs kleiner als vorher, erreicht aber nach einiger Zeit den früheren Werth wieder. O/H ist durch die Umkehrung der Richtung der Polarisirung dauernd grösser geworden.

Tab. 18. Trogförmiges Voltameter, lufthaltig. 1 Chromsäureel. ertheilte der Kathode die Hp. = 94,0. Wurde sie nun zur Anode gemacht, so zeigte sie die Op. = 96,0, welche in 9^{min} auf 91,3 abnahm. Machte man sie wieder zur Kathode, so war ihre Hp. sofort 77 und wuchs in 4^{min} auf 90,3, in 14^{min} auf 91,6; und wurde sie endlich nochmals Anode, so fand sich ihre Op. nach 1^{min} zu 96,5 und nach 9^{min} zu 91,9.

Demnach hat die Umkehrung der Polarisationsrichtung bei 1 Chromsäureel. anfänglich die gleiche Wirkung wie bei 1 Daniell, indem sie die Hp. vermindert und die Op. erhöht.

Die Hp. nimmt nun mit längerer Dauer der entgegengesetzten Polarisirung zu, die Op. aber ab, und die Summe beider, welche anfangs kleiner, als bei der ersten Richtung der Polarisirung war, nähert sich wieder ihrem ersten Werthe an.

Polarisirt man aber zuerst nur eine der Electroden — unter Einfügung eines dritten Platinbleches — und darauf beide, wobei die vorher neutral gebliebene Electrode jetzt zur Anode gemacht wird, wenn die vorher polarisirte Anode war, und zur Kathode, wenn es die vorher polarisirte war, so zeigt nun die zuerst neutral gebliebene Electrode immer die grössere abnehmende und die vorher polarisirte immer die kleinere zunehmende Polarisirung, da an ersterer die Entwicklung der neuen Polarisirung kein Hinderniss findet, an letzterer dagegen die restirende entgegengesetzten Zeichens der Entwicklung der neuen im Wege steht.

Tab. 19. Das trogförmige lufthaltige Voltameter wurde während kurzer Zeit durch eine grössere E. K. polarisirt, nach deren Entfernung sich die Polarisationen:

$$\text{Hp.} = 96, \text{ Op.} = 53$$

ergaben. Nun wurde durch 1 Chromsäureel. in der entgegengesetzten Richtung polarisirt, $t = 0^{\text{sec}}$.

t^{sec}	40	90	140	200	260	310	360	410	470	580	700
H	37	—	45	—	54	—	60	—	65	68	70
O	—	102	—	102	—	100	—	99	—	—	—

Von den restirenden Polarisationen war $H > O$, trotzdem ist auch hier bei entgegengesetzt wirkender Kraft $H < O$. Während aber die Hp. mit der Dauer der Polarisirung beträchtlich zunimmt, ändert sich die Op. nur wenig im Sinne einer Abnahme. Die Gesamtpolarisation nimmt also zu.

Tab. 20. Der einen Electrode des trogförmigen, lufthaltigen Voltameters wurde durch 2 Chromsäureel. eine Hp. = 90 mitgetheilt, während die andere neutral blieb. Darauf wurden beide durch 1 Daniell polarisirt, wobei nun aber die zuerst polarisirte als Anode, die neutrale als Kathode diente.

t^{sec}	30	60	240	260	300	360	420	480
O	2	16	—	—	47	66	—	72
H	—	—	93	85	—	—	47	—

Die Polarisation der jetzigen Anode nimmt zuerst rasch zu, indem an Stelle der vorhandenen Hp. eine kleine Op. tritt. Diese ändert sich zunächst zwischen 60^{sec} und 300^{sec} langsamer, dann rascher und endlich wieder langsamer.

Wurde nun unterbrochen, so bestand nach 1^{min} an der zuletzt als Anode polarisirten Electrode eine Hp. = 81, nach 2^{min} eine Hp. = 92.

Bei neuer Polarisirung wiederholte sich die in der Tabelle geschilderte Zunahme der Op. und Abnahme der Hp.

Bemerkenswerth ist, dass die Op. hohe Werthe erreichte, welche den unter normalen Verhältnissen beobachteten nicht fern stehen, während doch bei der Unterbrechung die grosse Hp. fast augenblicklich und ungeschwächt wieder zu Tage trat.

5. Einfluss des Verhältnisses der Electrodenflächen.

Tab. 21. In dem trogförmigen, lufthaltigen Voltameter waren die in die verdünnte Schwefelsäure eintauchenden Theile der Electroden ursprünglich von gleicher Grösse. Durch Höherheben konnte bei jeder der Electroden die wirksame Fläche bis auf weniger als die Hälfte verkleinert werden. Polarisirende Kraft = 1 Daniell.

	El. gleich	An. verkl.	El. gleich	Kath. verkl.	El. gleich
O	54,2	59,6	50,9	46,1	53,7
H	30,4	25,2	33,1	38,1	29,4

Der Versuch zeigt, dass die Polarisation einer Electrode desto mehr auf Kosten derjenigen der anderen wächst, je kleiner ihre Fläche im Vergleich zu derjenigen der anderen gemacht wird.

6. Das Verschwinden der Polarisationen.

a) im offenen, b) im geschlossenen Kreise.

a) Das Verschwinden der Polarisationen ist bisher nicht gerade häufig zum Gegenstand von Untersuchungen gemacht

worden. Bernstein¹⁾ mass das Verschwinden der Gesammtpolarisation, und zwar vorzugsweise im dauernd geschlossenen Kreise²⁾, indem er zu gewissen, genau messbaren und sehr kleinen Zeiten nach Ausschaltung des polarisirenden Elements die durch den Polarisationsstrom hervorbrachte Ablenkung eines Galvanometers beobachtete. Diese Versuche gestatten also keinen Einblick in die Besonderheiten, welche bei dem Verschwinden einer Hp. oder einer Op. auftreten, sie geben nur ein aus beiden zusammengesetztes Resultat.

Beetz³⁾ hat einige Versuche angestellt, bei denen er das Verschwinden der Einzelpolarisationen dadurch maass, dass er eine der beiden polarisirten Electroden auf kurze Zeit mit einer neutralen und einem Galvanometer zum Stromkreise verband. Diese Versuche geben also zwar das Verschwinden der Einzelpolarisationen an, aber weder im dauernd geschlossenen, noch auch im dauernd geöffneten Kreise.

Dagegen beobachtete F. Streintz⁴⁾ mit Hülfe des Quadrantelectrometers das Verschwinden einer Hp. im dauernd geöffneten Kreise; seine Versuche sind jedoch an Zahl nur gering.

Bei meinen folgend beschriebenen Beobachtungen war es wegen der meist raschen Aenderung in der Einstellung des Electrometers nur in einer kleineren Zahl von Fällen möglich, in der Zeit von 0 bis 30^{sec} nach Entfernung der polarisirenden Kraft eine Bestimmung der Polarisation zu machen. Dagegen wurde der spätere Verlauf der Polari-

1) Bernstein, Pogg. Ann. 155. p. 177. 1875.

2) Aus diesem Grunde sind die Bernstein'schen Versuche nicht geeignet, bei der Discussion der unter a) beschriebenen Versuche zum Vergleich herangezogen zu werden, da das Verschwinden der Polarisation im geschlossenen Kreise vorzugsweise Folge der entgegengesetzten Polarisirung der Electroden und nicht, wie im offenen Kreise, der Zerstreuung der Ionen ist. Aber auch bei der Discussion der unter b) mitgetheilten Versuche muss ich auf die Heranziehung der Resultate von Bernstein verzichten, weil diese sich nur auf den der Unterbrechung unmittelbar folgenden kleinen Zeitraum beziehen.

3) Beetz, Pogg. Ann. 79. p. 106. 1850.

4) F. Streintz, Wied. Ann. 17. p. 841. 1882.

sation einer desto eingehenderen, oft stundenlangen Beobachtung unterzogen.

Bei den ersten Versuchen wurden in derselben Reihe beide Polarisationen gemessen, später habe ich, um mir keine der Eigenthümlichkeiten des Verschwindens entgehen zu lassen, in derselben Reihe immer nur eine der Polarisationen beobachtet.

Tab. 22. Die folgenden Beobachtungen schliessen sich an die der Tab. 1 an. Das luftleere Voltameter I war $1\frac{1}{2}^h$ lang durch 1 Daniell polarisirt worden. Fig. 5.

t	O	Abnahme pro Min.	t	H	Abnahme pro Min.
0"	64,6	—	0"	45,4	—
40	59,8	7,2	1' 40	39,6	3,5
2' 50	50,7	4,2	4 0	38,1	0,64
5 10	44,8	2,5	6 20	36,9	0,51
8 50	39,4	1,4	10 0	36,0	0,25
11 30	36,6	1,05	12 50	34,8	0,42
15 10	34,4	0,60	16 30	32,9	0,52
19 0	32,5	0,50	20 10	31,1	0,49
22 40	30,9	0,44	24 0	29,9	0,31
31 15	27,7	0,38	32 35	26,4	0,41
41 35	25,4	0,22	42 45	23,2	0,31
52 5	24,2	0,11	53 25	19,7	0,33
58 35	23,1	0,17	59 45	18,5	0,19
1 ^h 9 25	22,6	0,05	1 ^h 10 45	15,5	0,27
1 20 45	21,1	0,13	1 21 55	13,6	0,17
1 30 5	20,6	0,05	1 31 25	12,3	0,14
1 41 5	20,1	0,05	1 42 25	11,1	0,11
3 5 45	16,5	0,04	3 6 55	6,7	0,05

Die Hp., welche im Augenblick der Unterbrechung kleiner als die Op. ist, bleibt immer die kleinere, bei $t = 22' 40''$ nähert sie sich der Op. am meisten an. Bis zu diesem Zeitpunkt nimmt sie langsamer als die Op. ab, nach demselben rascher. Aber auch wenn man die Abnahmegeschwindigkeiten der Hp. und der Op. bei gleicher Grösse derselben miteinander vergleicht, kommt man zu demselben Resultat, dass die Hp. bei grösseren Werthen langsamer, bei kleineren aber rascher als die Op. abfällt. Die Abnahmegeschwindigkeit der Op. wird continuirlich kleiner, die der Hp. nimmt bis zu einem Minimum ab, darauf bis zu einem Maximum zu und endlich continuirlich ab. Das Maximum der Ab-

nahmegeschwindigkeit tritt bei einer Grösse der Hp. von 0,31 Daniell ein.

Tab. 23. Das luftleere Voltameter I wurde kurze Zeit durch 1 Daniell polarisirt. Als $H = 61,8$, $O = 49,3$ war, wurde unterbrochen und das Verschwinden der Hp. beobachtet. Nach 120'' wurde wieder geschlossen, und als $O = 52,3$ war, unterbrochen und das Verschwinden der Op. verfolgt. Fig. 6.

t^{sec}	0	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
H	61,8	49,2	45,4	43,0	41,2	39,7	38,9	38,1	37,2	36,7	36,2	35,7
O	52,3	47,0	45,5	44,5	43,6	42,9	42,1	41,6	41,0	40,7	40,2	39,8

Die bei $t = 0''$ grössere Hp. nimmt hier bis zum Abbruch der Beobachtungsreihe rascher als die Op. ab und wird daher schon nach 30'' bis 40'' kleiner als diese. Die Abnahmegeschwindigkeiten werden bei beiden Polarisationen mit wachsender Zeit continuirlich kleiner bis zu dem (frühzeitigen) Abbruch der Reihen.

Tab. 24. Das noch nicht polarisirte, luftleere Voltameter II¹⁾ wurde durch 1 Daniell polarisirt. Nach 1 Minute war $H = 75,8$, $O = 53,0$, nach 25 Minuten dagegen $H_1 = 47,7$, $O_1 = 81,1$. Darauf wurde unterbrochen.

t^{min}	θ	1	3	6	8	11	13	23	53
O_1	81,1	69,9	63,2	55,6	51,3	46,7	44,0	35,9	28,6
t^{min}	θ	2	4	7	9	12	14	22	54
H_1	47,7	12,4	6,8	4,0	3,0	2,3	1,8	0,9	-0,9

Hier nimmt die kleinere Hp. zuerst sehr viel rascher, bald aber, nach Erreichung kleiner Werthe, langsamer als die Op. ab. Nach 53^{min} besitzt die Kathode eine kleine Op. Nach 15^h war $H = 0$, $O = 11$. Wurde darauf nur 1^{min} lang durch 1 Daniell geschlossen, so war schon wieder $H = 48,3$, $O = 81,3$. Nun wurde die Abnahme der Hp. beobachtet, nach 2^{min} wieder auf 1^{min} geschlossen und dann die Abnahme der Op. verfolgt.

1) Die Anfangspotentialdifferenzen waren; an der Kathode +0,6 Scalenth., an der Anode +0,7 Scalenth. Das +Zeichen bedeutet, dass die Ablenkung nach derselben Seite erfolgte, nach welcher die nachherige Polarisation der Electrode die Nadel des Electrometers ablenkte.

Die Abnahmegeschwindigkeit nimmt zuerst ab, bleibt dann einige Zeit constant und nimmt weiter wieder ab. Die Curve enthält daher ein geradliniges Stück, an dessen beiden Enden ein Maximum der Krümmung liegt.

Tab. 26. Das trogförmige, lufthaltige Voltameter wurde während 25^{min} durch 1 Daniell polarisirt. $H = 39,1$. $O = 83,9$. Dann wurde unterbrochen und das Verschwinden der Hp. während 1^{min} beobachtet. Wieder wurde 1^{min} lang durch das Daniell polarisirt und dann das Verschwinden der Op. ($O = 84,4$) untersucht.

t^{sec}	0	15	20	25	30	40	50	60				
H	39,1	11,6	9,4	8,6	8,1	7,1	6,5	5,9				
t^{sec}	0	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
O	84,4	67,9	66,4	65,3	64,3	63,4	62,6	62,2	61,5	61,0	60,5	60,1

Die Hp. verschwand also sehr rasch, sie nahm in den ersten 20^{sec} um 29,7, die Op. aber, obwohl mehr als doppelt so gross, wie die Hp., nur um 16,5 ab.

Tab. 27. Das luftleere Voltameter I wurde während 13^{min} durch 1 Chromsäureel. polarisirt und dann während 7^{min} das Verschwinden der Hp. ($H_1 = 89,0$) beobachtet. Darauf wurde es wieder 5^{min} lang polarisirt und während 7^{min} das Verschwinden der Op. ($O = 128,6$) beobachtet. Nach einer weiteren Polarisirung von 1^{min} Dauer bestimmte man nochmals während 3^{min} das Verschwinden der Hp. ($H_2 = 76,8$).

	Polarisation bei $t = 0$	Abnahme von 0 bis 40 Sec.	Abnahme in je 10 folgenden Secunden										
H_1	89,0	20,8	1,0	0,7	0,7	0,8	1,0	0,7	0,8	0,7	0,8	0,9	
O	128,6	32,0	1,8	1,2	1,0	0,9	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,9	
H_2	76,8	28,3	2,5	2,2	2,0	2,1	1,7	1,6	1,6	1,5	1,0	1,1	

Abnahme in 10 Secunden													
H_1	0,8	1,2	1,6	0,8	0,9	0,9	0,9	1,0	0,8	0,9	0,9	0,7	0,8
O	0,8	0,6	0,6	0,8	0,6	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5
H_2	0,7	0,7	0,7										

Abnahme in 10 Secunden															
H_1	0,9	0,7	0,6	0,7	0,6	0,5	0,6	0,4	0,4	0,5	0,4	0,5	0,3	0,4	0,4
O	0,5	0,4	0,6	0,4	0,5	0,5	0,4	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5	0,4	0,2	0,4

Während sowohl bei O als bei H_2 die Abnahmegeschwindigkeit continuirlich fällt, nimmt sie bei dem nach einer längeren Polarisirung erhaltenen H_1 zuerst ab, wächst wieder kurze Zeit an und nimmt weiter ab. Das Maximum liegt bei einer $H_p = 0,49$ Daniell. Die Ursache für $H_2 < H_1$ siehe in Tab. 12 des 3. Abschnitts. H_2 nimmt, weil durch eine kürzere Polarisirung erhalten, rascher als H_1 ab.

Tab. 28. Das luftleere und bis dahin nur durch 1 Daniell kurze Zeit polarisirte Voltameter II war 4^{min} lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt worden.

t^{\min}	0	1	2	3	4	5	6	8
H	101,1	—	96,2	—	93,9	—	91,4	87,5
O	114,7	78,7	—	74,1	—	72,5	—	—

Weiter verminderte sich zwischen 8 und 12^{min} in je 10^{sec} die H_p um folgende Beträge (Fig. 9):

0,6	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	1,0	1,0	1,2	1,5	1,7	1,9
2,3	2,6	2,8	3,0	3,0	3,0	3,0	2,8	2,2	2,0	1,8	1,4

Die Abnahmegeschwindigkeit der H_p nimmt anfangs ab (Minimum = 0,2 in 10^{sec}), darauf zu (Maximum = 3,0 in 10^{sec} bei einer Grösse der H_p von 0,51 Daniell) und endlich wieder ab.

Tab. 29. Das luftleere Voltameter III wurde, nachdem es bis dahin nur durch 1 Daniell während kurzer Zeit geschlossen gewesen war, durch 1 Chromsäureel. polarisirt, aber unter Einschaltung von $W = 5000$ S.-E. Nach 5^{min} war O = 87,7, H = 101,3. Nun wurde unterbrochen und das Verschwinden der H_p während 90^{sec} beobachtet. Die Abnahme in je 10^{sec} betrug:

2,2	5,5	15,5	30,9	17,5	3,5	3,0	2,0	1,4.
-----	-----	------	------	------	-----	-----	-----	------

Hier nimmt die Abnahmegeschwindigkeit vom Augenblick der Unterbrechung an sofort zu bis zu einem Maximum, das bei $H_p = 0,5$ Daniell liegt, und darauf ab.

Tab. 30. Das lufthaltige Voltameter II wurde — nachdem es am gleichen Tage schon mehrfach polarisirt worden war — 40^{sec} lang durch 1 Chromsäureel. geschlossen und dann das Verschwinden der H_p ($H = 88,2$) beobachtet. Es betrug zwischen 0 und 180^{sec} die Abnahme in je 10^{sec}:

4,6 0,7 0,8 1,0 1,2 1,5 1,8 2,5 3,5 6,0 11,1 10,4 5,6 3,9
3,1 2,4 2,0 2,0.

Die Abnahmegeschwindigkeit zeigt also ein Minimum und ein Maximum, letzteres bei einer Grösse der restirenden Hp. von 0,47 Daniell.

Dann wurde wieder 5^{min} lang polarisirt und darauf das Verschwinden der Op. (O = 122) verfolgt. Dieselbe nahm in den ersten 20^{sec} um 27,2 und in je 10 weiteren Secunden um folgende Beträge ab:

3,8 3,0 3,0 3,5 3,7 3,8 3,8 3,6 3,6 3,0 3,0 2,5 2,5 2,0 2,0
1,9 1,6 1,5 1,3 1,3 1,2 1,1 1,0 0,9 0,8 0,8 0,7 0,8.

Auch bei der Op. zeigt sich ein Minimum und ein folgendes Maximum der Abnahmegeschwindigkeit. Das Maximum tritt bei einer Grösse der restirenden Op. von 0,65 Daniell ein.

Die graphische Darstellung gibt Fig. 10.

Tab. 31. Das fast polarisationsfreie, luftleere Voltameter I war während 4^{min} durch 1 Chromsäureel. polarisirt worden. Fig. 11.

A.													
t^{\min}	0	0,5	1	3	6	8	11	15	19	21	25	29	
H	64,2	34,7	25,3	17,4	14,2	12,1	10,1	8,6	7,5	7,0	6,5	5,8	
t^{\min}	0	—	2	4	7	9	13	17	23	27	31	35	
O	88,1	—	43,2	37,5	33,0	31,4	29,3	27,5	25,4	24,1	23,0	22,2	
t^{\min}	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69	73	89	
H	5,2	4,7	4,7	4,3	4,2	3,8	3,6	3,4	3,2	2,9	2,9	2,2	
t^{\min}	39	43	47	51	55	59	63	67	71	75	87	100	106
O	21,3	20,5	19,6	19,1	18,6	17,9	17,3	16,9	16,4	15,8	14,8	13,2	13,0

Die Abnahmegeschwindigkeit fällt bei O und H continuirlich. H nimmt zuerst rascher ab als O, später nach Erreichung kleiner Werthe langsamer.

Sodann wurde das Voltameter 5^h lang polarisirt.

B.											
t^{\min}	0	1	3	6	10	14	18	22	26	30	34
H	64,3	32,3	29,9	27,3	20,2	16,6	14,6	13,3	12,4	11,6	11,0
t^{\min}	0	2	4	8	12	16	20	24	28	32	36
O	91,6	71,0	66,5	62,9	60,9	58,7	56,0	54,3	52,6	51,3	49,8

t^{\min}	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78	82
H	10,3	10,0	9,6	9,4	9,1	8,6	8,6	8,5	8,2	7,9	7,9
t^{\min}	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
O	48,6	47,5	46,4	45,8	44,6	43,7	42,6	41,5	40,5	39,6	38,8
t^{\min}	84	88	92	96	100	109	119	126	134		
O	38,0	37,0	36,5	35,6	35,2	33,9	32,7	32,0	31,3.		

Jetzt sinkt bei der Hp. die Abnahmegeschwindigkeit rasch auf ein Minimum, steigt ebenso rasch wieder auf ein Maximum — bei welchem $H = 0,27$ Daniell — und nimmt weiter wieder ab. Auch bei der Op. fällt die Abnahmegeschwindigkeit bis auf einen kleinsten Werth, steigt wieder rasch auf ein Maximum, nimmt ab, bleibt längere Zeit nahe constant und nimmt endlich wieder ab.

Bei O und bei H erfolgt nach der 5^h dauernden Polarisirung die Abnahme langsamer, als nach der 4^{min} langen Polarisirung.

Nun wurde das Voltameter während 15^h polarisirt — $O = 83,8$, $H = 58,5$ — und das Verschwinden der Hp. beobachtet.

	C.											
t^{\min}	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
H	58,5	31,4	30,8	30,5	30,2	30,1	29,5	29,4	28,8	27,5	24,9	22,5
t^{\min}	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	
H	19,9	17,9	16,2	15,3	14,4	13,7	13,2	12,7	12,2	12,0	11,8.	

Auch jetzt nimmt die Hp. in der ersten Minute sehr rasch, dann einige Zeit sehr wenig, wieder rascher und endlich zunehmend langsamer ab. Das Maximum der Abnahmegeschwindigkeit liegt wieder bei $H = 0,27$ Daniell.

Es wurde nochmals während 1^{1/4}^h polarisirt und dann das Verschwinden der Op. beobachtet.

	C.											
t^{\min}	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
O	82,4	68,6	60,4	62,3	60,8	59,7	58,5	57,6	56,9	56,5	55,7	55,1
t^{\min}	23	25	27	29	31	33	35	44	49	54	59	64
O	54,9	54,4	54,0	53,8	53,4	53,2	52,8	50,3	48,9	47,8	46,9	45,9
t^{\min}	69	74	81	88	95	102	109	116	124	129		
O	44,8	44,2	42,7	41,4	40,5	39,1	38,2	37,0	35,3	34,6.		

Die graphische Darstellung (s. Fig. 11) zeigt zwei Einbuchtungen, entsprechend je einem Minimum und darauf folgendem Maximum der Abnahmegeschwindigkeit. Die zweite Einbuchtung zeigt auch die graphische Darstellung einer folgenden Beobachtungsreihe, die nach zwölfstündiger Polarisierung erhalten wurde, während dagegen die erste Einbuchtung fehlt. Die erste, auch sonst nicht beobachtete rührte also wohl von einem Beobachtungsfehler her.

Tab. 32. Das lufthaltige Voltameter III wurde 17^h lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt und dann das Verschwinden der Hp. beobachtet. $H = 106,6$, $O = 135,0$.

t^{\min}	0	1	2	3	4	5	6	7	8
H	106,6	72,7	72,8	72,5	72,6	71,4	70,7	69,3	66,6
t^{\min}	9	10	11	13	15	17	19	21	23
H	63,2	61,1	58,7	54,9	52,7	51,0	49,6	48,7	47,9
t^{\min}	25	27	29	31	33	35	37	39	41
H	46,9	46,3	45,7	44,9	44,4	43,8	43,2	42,4	41,9

Nach 43^{min} war $O = 17,1$. Die Abnahmegeschwindigkeit der Hp. fällt sehr rasch auf ein Minimum, nimmt in längerer Zeit wieder zu bis zu einem Maximum und nimmt weiter ab. Das Maximum liegt bei $H = 0,47$ Daniell. Nachdem wieder 1^{1/2}^h lang polarisirt worden war, wurde das Verschwinden der Op. beobachtet. Es war $H = 110,2$, $O = 131,8$, letztere war also kleiner, erstere grösser geworden.¹⁾ (cf. den 1. Abschnitt.)

t^{\min}	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	5	7
O	131,8	100,8	94,5	90,4	87,0	84,1	81,2	67,7	52,6
t^{\min}	9	11	13	15	17	19	44		
O	39,0	30,6	25,0	21,0	18,3	16,5	7,8.		

Die Abnahmegeschwindigkeit zeigt ein Minimum und ein folgendes Maximum.

Bemerkenswerth ist das langsame Verschwinden der Hp. gegenüber dem sehr raschen der Op. Die graphische Darstellung gibt Fig. 12.

1) Als nach der Unterbrechung von 44^{min} durch das Chromsäureel. von neuem geschlossen wurde, war bei sofortiger Beobachtung $O = 122,2$, hatte also infolge der Unterbrechung beträchtlich abgenommen.

Aus der Gesamtheit aller Versuche ergeben sich folgende Resultate:

Die Regel, dass die Abnahmegeschwindigkeit einer Polarisation mit wachsender Zeit, d. h. mit abnehmender Polarisation selbst kleiner wird, besitzt nur eine sehr beschränkte Gültigkeit, und wo sie gilt, da befolgt weder die Op. noch die Hp. das einfache Gesetz der logarithmischen Curve: das Verhältniss der Abnahmegeschwindigkeit zur jeweiligen Grösse der Polarisation bleibt vielmehr niemals constant, sondern es nimmt bei einem Theil der Versuche mit wachsender Zeit ab, bei dem anderen ändert es sich in sehr complicirter Weise.

Auch die Verschwindungscurve der Gesamtpolarisation muss also von der logarithmischen abweichen — was mit den Versuchen von Bernstein übereinstimmt, der ein Zusammenfallen beider nur während der ersten Momente nach der Unterbrechung beobachtete.

War die polarisirende Kraft ein Daniell, und war die Dauer ihrer Wirkung klein, so nimmt die Abnahmegeschwindigkeit sowohl der Hp., wie der Op. continuirlich ab. Die das Verschwinden der Polarisationen darstellenden Curven — Abscisse: Zeit, Ordinate: Polarisation — werden also dann mit wachsenden Abscissen successive weniger geneigt gegen die Abscissenaxe.

Nach längerer Polarisirung durch das Daniell nimmt die Abnahmegeschwindigkeit der Op. ab, bleibt dann längere Zeit constant — entsprechend einem geradlinigen Verlauf der Curve —, nimmt dann plötzlich stärker und weiter wieder langsamer ab. Bei der Hp. nimmt die Abnahmegeschwindigkeit ebenfalls zuerst ab, darauf aber eine kurze Zeit zu und weiter wieder ab.

War durch ein Chromsäureel. kürzere Zeit polarisirt worden, so vollzieht sich bei der Hp. entweder in den ersten Momenten eine starke Abnahme, und danach sinkt die Abnahmegeschwindigkeit continuirlich. Oder aber es ist die Abnahmegeschwindigkeit zuerst gering und nimmt bis zu einem Minimum ab¹⁾, steigt darauf bis zu einem Maximum

1) Einmal (cf. Tab. 28) wurde die Abnahme bis zu einem Minimum

und fällt endlich continuirlich.¹⁾ Da das Maximum zeitlich sehr verschieden liegt, nämlich nach einer kürzeren Dauer der Polarisirung früher eintritt (s. später), so ist es nicht unwahrscheinlich, dass es nach einer kürzeren Polarisirung durch 1 Chromsäureel. zwar immer vorhanden, aber nur deshalb häufig nicht beobachtet ist, weil es schon sehr kurze Zeit nach der Unterbrechung eintrat. In der dem Maximum vorhergehenden Periode geringer Abnahme wird das Verschwinden der Hp. durch Bewegen des Voltameters sehr beschleunigt (cf. den 8. Abschnitt).

Ueber die Zeit des Eintrittes, die Grösse des Maximums und seine Abhängigkeit von der Dauer der Polarisirung geben von allen meinen Beobachtungen die beste Vorstellung einige mit einer polarisirenden Kraft von 2 Chromsäureel. angestellte Versuche, welche also zwar eigentlich in diese nur von kleineren Kräften handelnde Mittheilung nicht gehören, aber trotzdem hier eine Stelle finden mögen. Ich gebe jedoch nur die graphische Darstellung der Versuche (Fig. 13). Dieselbe zeigt, dass bei der schwächsten Polarisirung — 2 Chromsäureel., 30^{sec} lang, $W = 500$ S.-E. — (Curve *a*) die Abnahmegeschwindigkeit sofort gross ist und schnell ein Minimum und ein folgendes Maximum passirt. Bei der nächst stärkeren Polarisirung — 2 Chromsäureel., 2^{min} lang, $W = 500$ S.-E. — (Curve *b*) ist die Abnahmegeschwindigkeit längere Zeit klein, und ein intensives Maximum wird ziemlich spät erreicht. Nach einer Polarisirung von 5^{min} Dauer bei $W = 500$ S.-E. (Curve *c*) ist die Abnahmegeschwindigkeit anfänglich wieder grösser als bei (*b*), und ein Maximum, jedoch von geringerer Höhe wird noch etwas später erreicht. Endlich nach einer 5^{min} währenden Polarisirung bei $W = 0$ S.-E. (Curve *d*) ist die Abnahmegeschwindigkeit anfänglich noch grösser als bei (*c*), wird aber sehr bald kleiner und nimmt

nicht beobachtet, das Minimum fiel dann, wenn es überhaupt vorhanden war, in die ersten 10^{sec}.

1) Die im 2. Abschnitt erwähnte Thatsache, dass bei Einschaltung eines grösseren Widerstandes die Polarisation der Kathode häufig während längerer Zeit abnimmt, beruht auf der gleichen Ursache, wie die langsame Abnahme der Hp. bei Unterbrechung.

bis zum Abbruch der Versuchsreihe continuirlich und sehr langsam ab.

Man sieht aus der graphischen Darstellung sofort, dass sich die restirenden Polarisationen erst nach längerer Zeit nach der Stärke der Polarisirung ordnen, dass dagegen anfänglich bei den Curven *b*, *c* und *d* gerade das Umgekehrte statthat. Der Satz also, dass eine H-Polarisation um so weniger rasch verschwindet, je länger die sie erzeugt habende polarisirende Kraft gewirkt hatte, erleidet für kürzere Zeiträume, vom Augenblicke der Unterbrechung an gerechnet, beträchtliche Ausnahmen.

Aus diesen Versuchen geht weiter hervor, dass es einer gewissen — bei verschiedenen Voltametern übrigens sehr verschiedenen, wohl auch mit dem Luftgehalt schwankenden — Stärke der Polarisirung bedarf, um das Maximum der Abnahmegeschwindigkeit recht deutlich hervortreten zu lassen.

Die Höhe des Maximums nimmt mit der Dauer der Polarisirung ab, indem sich zugleich die Zeit seines Eintritts verspätet.

Bei der Op. nimmt, immer noch eine kürzere Dauer der Polarisirung durch 1 Chromsäureel. vorausgesetzt, die Abnahmegeschwindigkeit continuirlich ab.

Nach längerer Dauer der Polarisirung dagegen nimmt sie bis zu einem Minimum ab, darauf bis zu einem Maximum zu, und endlich bis zum völligen Verschwinden der Polarisation continuirlich ab.¹⁾ Das Maximum ist niemals sehr hervortretend und gewöhnlich recht breit.

Die Hp. nimmt nach einer längeren Polarisirung durch 1 Chromsäureel. sofort sehr stark ab, die Abnahmegeschwindigkeit sinkt dann zunächst auf einen kleinen Werth, auf welchem sie oft lange Zeit stehen bleibt, nimmt dann wieder zu und nach Erreichung eines Maximums ab.

Demnach ergibt sich, dass die Abnahmegeschwindigkeit der Hp. nach kürzerer und nach längerer Polarisirung durch 1 Chromsäureel. ein Minimum und ein Maximum zeigt, dass

1) Ein zweites Maximum war nur vereinzelt angedeutet.

dagegen das Auftreten derselben bei der Op. an eine vorhergegangene längere Polarisierung geknüpft ist.

Im Folgenden stelle ich alle Beobachtungen, bei denen ein Maximum ¹⁾ der Abnahmegeschwindigkeit gefunden wurde, zusammen. Die in Scalentheilen gemachten Angaben beziehen sich auf 1 Daniell = 100 Scalenth. Die polarisierende Kraft ist überall = 1 Chromsäureel.

Tabelle 33.
H-Polarisation.

Dauer der Polarisierung	Zeit des Maxim. in Sec.	Abn. beim Max. während 10 sec in Scalentheilen	Hp. beim Maxim. in Daniell
-------------------------	-------------------------	--	----------------------------

Voltameter I. Luftleer.

2 min	110	1,8	0,57
6	80	2,0	0,53
13	160	1,4	0,49
5 ^h	480	0,33	0,27
14	1200	0,23	0,27

Lufthaltig.

17 ^{1/2} h	180	2,0	0,35
---------------------	-----	-----	------

Voltameter II. Luftleer.

2 min	40	9,0	0,71
2	40	8,0	0,69
3	40	4,5	0,76 ²⁾
4	40	6,0	0,70
6	30	10,0	0,70
40 ^{sec}	480	1,4	0,26 ³⁾
1 min	120	9,0	0,30
4	660	2,4	0,47
8	1200	0,4	0,33
6 ^h	600	0,8	0,29

Dauer der Polarisierung	Zeit des Maxim. in Sec.	Abn. beim Max. während 10 sec in Scalentheilen	Hp. beim Maxim. in Daniell
-------------------------	-------------------------	--	----------------------------

Lufthaltig.

1 min	110	9,0	0,42
5	130	4,9	0,44
5	100	6,2	0,17 ⁴⁾
8	80	4,0	0,44
15 ^h	170	6,9	0,13

Voltameter III. Luftleer.

20 ^{sec}	260	14	0,46 ⁵⁾
1 min	65	11	0,41 ⁶⁾
2	90	13	0,55
3	75	20	0,43
5	35	23	0,50
40	55	4	0,40
4 ^h	85	2	0,27
5	600	0,4	0,25

Lufthaltig.

3 min	130	8	0,71
15	50	29	0,50
15 ^h	50	18	0,20
17	540	0,4	0,46

1) Ich beschränke mich auf die Angabe des Maximums, weil das Minimum keine Eigenschaften zeigt, die sich nicht auch beim Maximum finden.

2) Diese fünf Beobachtungen sind mit polarisationsfreiem Voltameter angestellt.

3) Vorher mehrere Stunden polarisirt, dann 40^{min} lang unterbrochen.

4) 5^{min} zuvor hatte eine 15^h lange Polarisierung geendigt.

5) Das Chromsäureel. hatte eine viel höhere electromotorische Kraft als gewöhnlich, und es fand Gasausscheidung statt. Vielleicht erklärt sich daraus die lange Zeit von 260^{sec}.

6) Kurz zuvor während 4^h polarisirt.

O-Polarisation.

Voltameter	Dauer der Polari- sierung	Zeit des Maximums in Sec.	Abn. wäh- rend 10 ^{sec} in Scalenth.	Op. beim Maximum in Daniell
I, luftleer	5 ^b	1080	0,13	0,64
"	14	2100	0,07	0,59
"	14	3000	0,07	0,59
I, lufthaltig	20	180	0,83	0,48
III, luftleer	5	900	0,17	0,44
III, lufthaltig	17	300	0,90	0,44

Zu dieser Zusammenstellung ist noch hinzuzufügen, dass die Angaben über die Dauer der Polarisierung sich nur auf die der Unterbrechung unmittelbar vorhergegangene Polarisierung beziehen. Bei der grossen Mehrzahl der obigen Versuche waren aber die Electroden auch schon vorher polarisirt worden. Eine Angabe darüber ist jedoch nur dann gemacht, wenn einer kürzeren Polarisierung eine längere unmittelbar vorhergegangen war.

Wenn deshalb nicht alle Beobachtungen der oben ausgesprochenen Regel über die Lage des Maximums der Abnahmegeschwindigkeit bei der Hp., seinen Eintritt und seine Höhe folgen, so liegt der Grund hierfür wohl zumeist in dem Vorhandensein einer älteren Polarisation.

Die Grösse der restirenden Hp., bei welcher das Maximum erscheint¹⁾, die Zeit seines Eintrittes und seine Höhe variiren also sämmtlich in weiten Grenzen. Auch bei der Op. zeigen sich, was Zeit und Höhe des Maximums der Abnahmegeschwindigkeit betrifft, bedeutende Verschiedenheiten. Dagegen scheint, soweit es die geringere Zahl von Beobachtungen zu beurtheilen erlaubt, die Grösse der beim Maximum vorhandenen Op. geringeren Schwankungen zu unterliegen.

Der Luftgehalt des Voltameters übt auf die Grösse der restirenden Polarisation, bei welcher das Maximum eintritt, weder bei O noch bei H einen deutlich nachweisbaren Ein-

1) Das Gleiche gilt auch für das dem Maximum vorhergehende Minimum.

fluss aus. Im lufthaltigen Voltameter scheint es bei O und bei H früher einzutreten, auch seine Höhe ist dann bei der Hp. grösser, wie denn überhaupt im lufthaltigen Voltameter die Hp. rascher abnimmt, als im luftleeren.

Nach Polarisirung durch das Daniell ist ein Maximum bei der Hp. nur einmal, bei der Op. niemals beobachtet worden. Das erklärt sich wohl folgendermassen: Nach einer Polarisirung durch 1 Chromsäureel. trat beim Verschwinden der Op. ein Maximum nur dann auf, wenn dieselbe von langer Dauer gewesen war. Daraus ist zu schliessen, dass bei Anwendung eines Daniells die Beobachtung des Maximums der Abnahmegeschwindigkeit nur nach sehr langer Polarisirung — wenn überhaupt — möglich ist. Die Hp. aber erreichte bei längerer Dauer der Polarisirung durch 1 Daniell so kleine Werthe, nahm auch, wenn das Voltameter Luft enthielt, bei Unterbrechung so rasch ab, dass das Maximum, wenn ein solches überhaupt eintrat, in die ersten Augenblicke nach geschehener Unterbrechung fallen musste und dann unbeobachtet blieb.

Die Hp. nimmt im lufthaltigen Voltameter rascher als im luftleeren ab, auf die Abnahmegeschwindigkeit der Op. scheint der Luftgehalt keinen Einfluss zu haben.

Die angeführten Tabellen, sowie der Anblick der zugehörigen Curven zeigt ferner, dass durchschnittlich die Hp. rascher als die Op. abnimmt.¹⁾ Bei einem Versuche von v. Beetz²⁾ hat sich dagegen für die Hp. eine langsamere Abnahme als für die Op. ergeben. Zur Aufklärung dieses scheinbaren Widerspruches kann vielleicht die Bemerkung dienen, dass bei v. Beetz in Folge des Gebrauches einer grösseren polarisirenden Kraft wohl eine Sättigung der die Kathode umgebenden Flüssigkeit mit H eingetreten war, wodurch, wie ich früher³⁾ gezeigt habe, das Verschwinden einer Hp. in hohem Grade aufgehalten wird.

1) Nur in Tab. 31 nimmt die Hp. auffällig langsamer als die Op. ab; der Luftgehalt des Voltameters liesse eher das Gegentheil erwarten.

2) v. Beetz, l. c.

3) Fromme, Ber. oberhess. Gesellsch. 20. 1880. Wied. Ann. 12. p. 399. 1881.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXIX.

Es kann aber auch die von v. Beetz angewendete Methode eine Fehlerquelle bergen, denn bei der Einführung einer polarisirten Electrode in einen geschlossenen Kreis polarisirt sich dieselbe immer entgegengesetzt.

b) Wenn nach Entfernung des polarisirenden Elementes die polarisirten Electroden für sich oder durch einen Rheostatenwiderstand verbunden wurden, so nahm, wie schon von Bernstein gefunden, die Polarisation des Voltameters viel rascher, als bei unverbundenen Electroden ab. Die Grösse des Widerstandes, welcher bis $W = 5000$ S.-E. gesteigert wurde, war ohne jeden Einfluss.¹⁾

Die folgenden Versuche sind mit dem luftleeren Voltameter I angestellt. Dasselbe gab, durch 1 Daniell geschlossen, nach 3^{min}: $H = 51,4$, $O = 62,3$. Wurde unterbrochen, so war nach 1^{min}: $H = 9$, $O = 43$. Nun wurde von neuem polarisirt und nach 70^{sec}, als $O = 66,4$, $H = 47,3$ geworden war, das Daniell entfernt, die Electroden aber in leitender Verbindung gehalten; so war nach 1^{min}: $H = -31,0$, $O = 31,1$, d. h. es besass die Kathode eine Op., welche der noch an der Anode bestehenden merklich gleich war.²⁾ Beide Polarisationen sind in der Abnahme begriffen.

Wurde die Verbindung der Electroden gelöst, so nahm die Op. der Anode zunächst wieder zu, die der Kathode aber ab, und zwar ohne ihr negatives Vorzeichen zu verlieren. Nach Polarisirung durch 1 Chromsäureel., mochte dieselbe nur ganz kurze oder lange Zeit gewährt haben, nahmen jedoch beide Electroden zuerst eine, freilich kleine, Hp. an, wenn sie nach Entfernung des Chromsäureel. sogleich miteinander verbunden waren. Dieselbe nimmt aber ab und geht in eine kleine Op. über. Wird die Verbindung der Electroden bald wieder unterbrochen, so nehmen beide Polarisationen rasch bis zu einem Maximum³⁾ mit normalem Vorzeichen zu und sodann ab.

1) Für die ersten Momente nach Entfernung der polarisirenden Kraft hat dagegen Bernstein die Abnahmegeschwindigkeit dem Widerstand umgekehrt proportional gefunden.

2) Selbstverständlich ist die Op. der Kathode stets ein wenig kleiner, als diejenige der Anode.

3) War die Polarisirung durch das Chromsäureel. von angemessener

Verbindet man aber die Electroden nicht sofort bei Entfernung der polarisirenden Kraft miteinander, sondern erst dann, wenn durch blosse Wirkung der Zeit oder mittelst eines später zu erwähnenden Kunstgriffes die Polarisation der Kathode gegen die der Anode klein geworden ist, so zeigen beide Electroden Op., wie nach der Polarisation durch 1 Daniell.

Nach der Polarisation durch 1 Daniell nehmen also beide Electroden, wenn sie verbunden werden, eine Polarisation an, deren Vorzeichen mit demjenigen der stärker polarisirten, der Anode, übereinstimmt. Nach der Polarisation durch 1 Chromsäureel. trifft dies nicht zu, denn obwohl unter der Wirkung des Chromsäureel. $H < O$ (z. B. $H=75$, $O=100$) ist, so zeigen doch die verbundenen Electroden anfänglich eine Hp.

Versuche mit dem trogförmigen, lufthaltigen Voltameter führten zu den gleichen Resultaten.

Aus dem Obigen ergibt sich, dass im geschlossenen Kreise die Gesamtpolarisation zwar sehr rasch merklich Null wird, dass aber trotzdem die Polarisationen der einzelnen Electroden noch gross sein können, indem die der einen anomal und derjenigen der anderen an Grösse gleich wird.

7. Einfluss einer vorhergegangenen O-Polarisation auf das Verschwinden einer H-Polarisation.

Wenn man die Kathode eines Voltameters auf kurze Zeit zur Anode gemacht hat, so wird dadurch die ihr durch eine folgende Einwirkung der Kraft mitgetheilte Hp. auf alle Fälle verkleinert, wie im Abschnitt 3_b dargethan. Eine solche Hp. verschwindet auch viel rascher, falls sie durch 1 Daniell erzeugt wurde; dagegen beobachtet sie, wenn durch 1 Chromsäureel. hervorgebracht, ein eigenthümliches Verhalten:

Wird nämlich nach kurzer Dauer der Polarisation —

Dauer gewesen (cf. Abschnitt 6_a), sodass bei Unterbrechung und isolirten Electroden die Hp. lange Zeit einen hohen Werth beihält, so stieg auch nach einer Verbindung der Electroden die Hp. (cf. Tab. 20) der wieder isolirten Kathode auf diesen hohen Werth an.

die vorhergegangene, bei welcher die Kathode als Anode diente, währte immer nur sehr kurze Zeit, 10^{sec} bis 2^{min} — unterbrochen, so bleibt die Hp. zuerst fast vollkommen constant, erst nach längerer Zeit nimmt sie stärker ab, wobei die Abnahmegeschwindigkeit ein meist sehr hohes Maximum passirt, und dann in kurzer Zeit der grösste Theil der Polarisation verschwindet.

Sehr rasch kann man aber die Hp. zum Verschwinden bringen, wenn man die Voltameterflüssigkeit bewegt — was durch Neigen des sonst horizontal liegenden Voltameters geschah. Dann verschwand momentan der grösste Theil der Hp., und nach kurzer Zeit trat die frühere Op. wieder hervor. Diese nimmt bald bis zu einem Maximum zu und nähert sich dann langsam der Null.

Durch eine länger fortgesetzte Polarisirung kann man diese Op. der Kathode beseitigen, doch ist eine sehr lange Zeit erforderlich, um die Wirkung einer während sehr kurzer Zeit erzeugten Op. zum völligen Verschwinden zu bringen. Je länger nun die Electrode wieder als Kathode gedient hat, desto grösser wird die Abnahmegeschwindigkeit der Hp. in der ersten Zeit nach der Unterbrechung und desto kleiner in der späteren Zeit:

Die Verschwindungscurve geht aus der Form (b) (Fig. 13) in (c) und endlich in (d) über.

Tab. 34. Im lufthaltigen Voltameter I war die Richtung der Polarisirung durch 1 Chromsäureel. mehrfach gewechselt worden. Nachdem sie dann während einiger Minuten constant geblieben war, besass die Kathode eine Hp. = $94,5^{\text{sec}}$ ($0,72$ Daniell). Bei Unterbrechung nahm dieselbe während 6^{min} nur bis auf $93,0$ ab, verwandelte sich dagegen durch Bewegen des Voltameters sofort in eine Op. von 11^{sec} , die noch etwas zunahm. Die Electroden wurden nun miteinander verbunden; nach 12^{h} isolirt, zeigten sie die Polarisationen: $H = -1,9$, $O = 8,2$. Nach 3^{min} dauernder Polarisirung durch 1 Chromsäureel. ergab sich $H = 87,1$, $O = 137,0$.

Die Abnahme der Hp. betrug in je 10^{sec} , vom Augenblick der Unterbrechung an gerechnet:

1,1	0	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,6	0,9
1,2	3,2	12,7	20,5	4,7	3,8	2,8	2,2	2,0	1,8	1,4....

Nach 12^{min} war die Polarisation der Kathode = - 5, hatte sich also wieder in eine Op. von grösserem Werthe als vorher verwandelt. Nach einer neuen Polarisirung von 100^{sec} Dauer war $H = 84,2$ und 20^{sec} nach Unterbrechung nur um 1,5 gefallen. Dagegen war sie 70^{sec} nach Unterbrechung schon auf - 0,1 gesunken, wenn inzwischen das Voltameter bewegt worden war, nach weiteren 70^{sec} betrug sie - 6,0 und erreichte nach einigen Minuten ein Maximum von - 7,5^{sec}.

Die Electroden blieben während 44^h isolirt. Dann war $H = - 2,5$, $O = 7,0$. Nun wurde mehrere Minuten lang polarisirt. Nach Unterbrechung nahm die Hp. in den ersten 20^{sec} bedeutender, nämlich von 86,8 auf 73,7 ab und weiter in je 10^{sec} um:

1,0	1,1	1,0	1,2	1,1	1,2	1,5	1,5	2,0	2,0
2,5	2,5	2,7	2,4	2,1	2,0	1,7	1,3	1,3	1,0.

Nach 15^{min} betrug sie noch 16,0, und ihr Vorzeichen blieb auch normal, als das Voltameter bewegt war.

Derartige Versuche wurden mit dem gleichen Resultate auch bei den übrigen Voltametern angestellt. Ich habe einen Versuch gerade mit Nr. I deshalb angeführt, weil dasselbe — entgegen dem Voltameter II und III — die anfänglich sehr kleine und später grosse Abnahme der Hp. nur dann gut ausgeprägt zeigte, wenn der Kathode vorher während kurzer Zeit eine Op. mitgetheilt war.

Besonders hervorgehoben sei noch die stets beobachtete Erscheinung: Wenn die Op. der Kathode während einer längeren Unterbrechung auf einen kleinen Werth gesunken ist, so nimmt sie nach einer Polarisirung in normaler Richtung, also infolge einer Hp. wieder einen höheren Werth an, falls die normale Polarisirung nicht zu lange gewährt hat oder nicht zu oft wiederholt worden ist.¹⁾

1) Die oben beschriebene Wirkung einer vorgängigen Op. auf das Verschwinden einer Hp. wird auch bei grösseren polarisirenden Kräften beobachtet. So nahm z. B. nach mehrfachem Wechsel der Polarisations-

8. Anomale Polarisationen.

Bei den im vorigen Abschnitte beschriebenen Beobachtungen liess sich das Auftreten einer Op. an der Kathode auf Reste einer früheren Op. der Kathode zurückführen, welche dieselbe trotz einer nachfolgenden Hp. noch bewahrt hatte. Doch tritt auch der Fall ein, dass die Kathode eine Op. und weiter auch, dass die Anode eine Hp. zeigt, ohne dass jemals eine Polarisierung in entgegengesetzter Richtung stattgefunden hätte. Dieses Verhalten soll als anomal bezeichnet werden.

Was zunächst das Auftreten einer Hp. an der Anode betrifft, so wurde es an den Voltametern I und III beobachtet, sowohl im luftleeren, als im lufthaltigen Zustande. Beim luftleeren Voltameter I war die anomale Polarisation der Anode am auffälligsten.

Tab. 35. Das luftleere Voltameter I war bis dahin immer nur kürzere Zeit durch 1 Chromsäureel. polarisirt. Drei Tage nach der letzten Polarisierung beobachtete man $O = -0,08$ Daniell. Nun wurde mehrere Stunden lang durch 1 Chromsäureel. polarisirt. Nach Unterbrechung des Kreises blieb die Polarisation der Anode lange Zeit gross und normal. Die Beobachtungen wurden während eines Monates ausgesetzt. Bei ihrer Wiederaufnahme fand sich eine anomale Polarisation der Anode, $O = -0,06$ Daniell.

Das Voltameter wurde jetzt nur 2^{min} lang polarisirt: Nach achtzehnstündiger Unterbrechung war $O = -0,2$ Dan. Darauf wurde 5^{min} lang polarisirt, wobei $H = 81,9$, $O = 148,0$ war, und nach der Unterbrechung beobachtet:

t h	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$	5	22
H	25,6	18,2	16,5	15,4	15,5
O	63,2	18,3	14,0	-28,0	-27,1

27,1 Scalenth. entsprechen $= 0,2$ Daniell.

richtung die durch 2 Bunsen unter Einschaltung von $W = 500$ S.-E. während 1^{min} erzeugte Hp. in den ersten 20^{sec} nach Unterbrechung nur von 107,5 auf 105,0 und in den folgenden 5^{min} auf 102,8 ab. Von da an erst wurde die Abnahme merklich, und erreichte im Maximum 11 Selth. in 10^{sec}.

Bei diesem Versuche betrug die Hp. noch 8^{min} nach Entfernung der polarisirenden Kraft nicht weniger als 0,89 Daniell.!

Schütteln des Voltameters änderte beide Polarisationen fast gar nicht.

Als dagegen das Voltameter geöffnet und mit Luft durchgeschüttelt wurde, sank die Polarisation der Kathode sogleich auf $H = 9,2$, und die der Anode wurde wieder normal, $O = 19,8$.

Hiernach erfordert die Umwandlung der Op. in eine Hp. an der Anode eine sehr lange Zeit; die anomale Hp. steigt bis zu einem Maximum an und sinkt dann wieder.

Das Auftreten einer Op. an der Kathode eines lufthaltigen Voltameters ist schon von F. Streintz¹⁾ beobachtet worden, wenn die Polarisation entweder durch die Entladung von Leydener Flaschen oder durch den während 1^{min} durchgehenden Strom von 3 Daniells erzeugt war. Bei meinen Versuchen trat dieselbe nach Polarisierung durch 1 Chromsäureel. auf, sowohl bei lufthaltigem, als bei luftleerem Voltameter. Sie war bei Voltameter I nur gering, beträchtlich aber bei II und III und bei dem trogförmigen Voltameter.

Tab. 36. Das noch nicht polarisirte luftleere Voltameter III²⁾ wurde während 1^h durch 1 Daniell geschlossen (1 Daniell = 128 Scalenth.). Bei Unterbrechung nahm die Hp. nur bis Null ab. Dann wurde durch 1 Chromsäureel. geschlossen, welcher sogleich die Polarisationen $H = 101,8$, $O = 114,5$, nach einer halbstündigen Unterbrechung bei neuer Polarisierung dagegen $H = 75,5$, $O = 139,5$ (cf. Abschnitt 3_a) ergab.

20^{sec} nach Entfernung des Chromsäureel. betrug die Hp. noch immer 73,5, 60^{sec} nachher noch 73,0. Bewegen des Voltameters bewirkte nun, dass in wenigen Augenblicken H auf 4,0 und in 5^{min} auf - 5,8 fiel.

Bei einem folgenden Versuche war wenige Minuten nach Unterbrechung $H = -5,2$, $O = 98,3$. Nach 5^h war $H = -2,0$,

1) F. Streintz, Wied. Ann. 13. p. 644. 1881 u. 17. p. 841. 1882.

2) Die Anfangspotentialdifferenzen der Electroden gegen die benachbarten neutral bleibenden betragen:

$H = + 0,6$ Scalenth., $O = + 0,7$ Scalenth.

Ueber die Bedeutung des Vorzeichens cf. Tab. 23. Anm.

3) Eine hier eingeschaltete kurze Polarisierung durch 1 Daniell ergab: $H = 8,2$, $O = 121,3$, $O/H = 15$.

$O = 19,1$, die anomale Polarisation der Kathode war also wieder zurückgegangen. Doch genügte eine kurze Polarisierung durch 1 Daniell, um sie 3^{min} nach Unterbrechung wieder den höheren Werth $H = -6,7$ annehmen zu lassen. Nach 17^{h} war noch $H = -0,9$. Der bei weiter folgenden Versuchen nach einer fünfstündigen Polarisierung durch 1 Chromsäureel. erreichte Maximalwerth war $H = -10,5$ Scalenth. $= -0,08$ Daniell.¹⁾

5 Tage später fand sich $H = +1$, $O = 20$, aber nach einer 7^{min} währenden Polarisierung durch 1 Daniell war wieder in Zeit von 3^{min} $H = -8,0$ geworden, ohne dass die Voltameterflüssigkeit in Bewegung gesetzt worden wäre.

Es steigt also die anomale Polarisation der Kathode bis zu einem Maximum an und nähert sich dann wieder der Null. Neues Ansteigen erfolgt auch nach Anwendung einer kleineren Kraft, als diejenige war, durch welche die anomale Polarisation hervorgerufen wurde.

Tab. 37. Dieselben Resultate gab auch das luftleere Voltameter III, bei welchem das Maximum der anomalen Polarisation sogar $H = -0,11$ Daniell betrug (Fig. 14). Als dasselbe während 4^{h} durch 1 Chromsäureel. polarisirt worden war — $H = 72$, $O = 140$ — hatte die Abnahme der Hp. folgenden Verlauf:

Die Abnahme betrug von 0 bis 30^{sec} : 29,0 Scalentheile, und sodann in 10^{sec} :

0,7	1,1	1,2	1,2	1,8	2,5	1,7	1,3	1,2	1,1	0,9
0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,4	2,0	2,2	3,2	4,8	6,0
6,2	5,5	3,2	2,0	1,2	0,6	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1.

Nach Ablauf dieser 360^{sec} war $H = -15,9$. Hier besitzt die Abnahmegeschwindigkeit also zwei Maxima, von denen das erste, weniger intensive, bei einer Grösse der restirenden Hp. $= 0,28$ Daniell, das andere, intensivere, bei Hp. $= 0$, d. h. beim Uebergang der normalen Werthe in die anomalen auftritt.

1) Bei dieser Grösse der Hp. und $O = 39$ erzeugte 1 Daniell die Polarisationen: $H = 5,6$, $O = 120,6$, $O/H = 21,5$. Man bemerke, wie wenig das Daniell die Polarisation der Kathode, wie bedeutend dagegen diejenige der Anode ändert.

Wurde darauf nur auf die Dauer einer Minute geschlossen, so war $H = 73,5$, und die Abnahme in je 10^{sec} betrug in dem Zeitraume von 0 bis 300^{sec} :

1,5	0,9	0,9	1,5	3,3	7,5	14,2	8,8	2,9	2,6	2,4	2,4	2,7	3,2	3,5
4,2	4,4	4,6	4,3	3,3	2,3	1,5	0,9	0,7	0,4	0,5	0,3	0,2	0,1	0,2.

Die Hp. nach 300^{sec} betrug also $H = -12,7$. Nach der kurzen Polarisirung von nur 1^{min} Dauer nahm demnach die Hp. in den ersten 30^{sec} viel weniger ab, als nach der vierstündigen Polarisirung (cf. Abschnitt 6_a); die Abnahmegeschwindigkeit erreichte jetzt ein intensives Maximum bei $H = 0,4$ Daniell und ein weniger intensives beim Erreichen der anomalen Werthe.

Aus einer grösseren Anzahl von Versuchen mit den luftleeren Voltametern II und III ergab sich überhaupt, dass nach einer Polarisirung von kürzerer Dauer das zweite Maximum gegen das erste, nach einer längeren dagegen das erste gegen das zweite zurücktritt. Das erste Maximum ist mit dem schon früher (Abschnitt 6_a) gefundenen identisch.

Als die Voltmeter lufthaltig waren, ist es mir nicht gelungen, beim Eintritt der anomalen Werthe ein Maximum der Abnahmegeschwindigkeit zu beobachten.

9. Die Polarisation einer Electrode als Function der polarisirenden Kraft.

Die bisher geschilderten Versuche hatten ergeben, dass die Grösse der Hp. derjenigen der Op. im allgemeinen nicht gleich ist, und dass beide in einem verschiedenen Verhältnisse zu einander stehen bei den polarisirenden Kräften eines Daniells und eines Chromsäureel. Um nun Kräfte von möglichst verschiedener Grösse auf das Voltameter wirken lassen zu können, wurden die Electroden mit zwei Punkten eines Widerstandes verbunden, welcher die Schliessung eines Daniells oder eines oder zweier Chromsäureel. bildete. Der Widerstand betrug in verschiedenen Beobachtungsreihen nur 200 bis 500 S.-E. Bei Verlegung eines Abzweigungspunktes ändert sich nun sowohl die auf das Voltameter wirkende Potentialdifferenz, als auch der Widerstand der Voltameterschliessung. Letzterer Einfluss ist aber bei der Kleinheit der Widerstandsänderung (cf. den 2. Abschnitt) zu vernachlässigen.

Die Versuche schreiten zum Theil in der Richtung wachsender¹⁾, zum Theil in der abnehmender polarisirender Kräfte fort. Im letzteren Falle begann jedoch die kleinere Kraft erst dann zu wirken, wenn die E. K. der Polarisation bis auf einen mindestens etwas kleineren Werth, als die anzuwendende Kraft besass, abgenommen hatte.

Die Versuche wurden mit dem Voltameter III angestellt, welches zunächst luftleer war. Bei einigen Reihen wirkte eine jede der sich in aufsteigender Linie folgenden Kräfte nur während ganz kurzer Zeit. Da jedoch bei 1 Daniell und 1 Chromsäureel. die Hp. längere Zeit ab- und die Op. zunahm, und es nicht unwahrscheinlich war, dass bei anderen Kräften auch erst allmählich constante Werthe eintreten würden, so liess man bei den späteren Versuchen eine jede Kraft, sowohl in der auf- als in der absteigenden Reihe, eine sehr lange Zeit wirken, sodass sich eine Beobachtungsreihe oft über mehrere Tage ausdehnte. In den Curvendarstellungen sind die polarisirenden Kräfte die Abscissen, die Polarisationen die Ordinaten.

Tab. 38. Luftleeres Voltameter. Sämmtliche Kräfte wirken bis zur Erreichung constanter Werthe der Einzelpolarisationen, welche Werthe allein im Folgenden angegeben sind, und zwar in Scalentheilen, die Ablenkung durch das Trockendaniell = 100 gesetzt (Fig. 15):

Aufsteigende Kräfte				Absteigende Kräfte			
H	O	H + O	H/O	H	O	H + O	H/O
24,3	3,6	27,9	6,75				
46,3	6,1	52,4	7,59	54,3	8,2	62,5	6,62
57,3	13,5	70,8	4,24	59,4	26,1	85,5	2,28
67,4	26,7	94,1	2,52	59,4	46,0	105,4	1,29
67,2	49,0	116,2	1,37	59,4	65,2	124,6	0,91
67,3	70,3	137,6	0,96	63,1	73,5	136,6	0,86
72,6	76,4	149,0	0,95				
105,7	80,8	186,5	1,31				

Die polarisirenden Kräfte selbst wurden hier nicht gemessen, für dieselben sind aber mit grosser Annäherung die Werthe von H + O zu nehmen.

1) Bei den grössten der angewendeten Kräfte, welche das Gebiet der „schwachen“ Kräfte erheblich überschreiten, ist die benutzte Methode nicht mehr ganz genau. Cf. p. 498 u. 500 Anm. 1.

Bei den beiden nächsten Reihen, welche unmittelbar auf diese und aufeinander folgten, wurde auch immer die Potentialdifferenz der Abzweigungspunkte gemessen. Die Kräfte wirkten in der angegebenen Reihenfolge. Die Tabellen enthalten ferner noch die Differenz zwischen der electromotorischen Kraft und der Gesamtpolarisation. 1 Trocken-Daniell = 100. Fig. 16.

Tabelle 39.

Polaris. Kraft	H	O	H + O	Polar. Kr. - (H + O)	H/O
121,0	64,6	58,5	123,1	- 2,1	1,10
131,3	65,1	69,0	134,1	- 2,8	0,94
142,5	71,2	73,4	144,6	- 2,1	0,97
173,5	97,5	77,2	174,7	- 1,2	1,26

Tabelle 40.

Polaris. Kraft	H	O	H + O	Polar. Kr. - (H + O)	H/O
148,2	77,8	73,5	151,3	- 3,1	1,06
163,9	91,0	76,7	167,7	- 3,8	1,19
175,8	101,0	78,8	179,8	- 4,0	1,28
189,0	110,7	81,6	192,3	- 3,3	1,35
203,8	118,1	87,0	205,1	- 1,8	1,36
218,1 ¹⁾	123,3	95,3	218,6	- 0,5	1,29
228,2	126,8	101,8	228,6	- 0,4	1,25
258,8 ²⁾	133,0	120,4	253,4	+ 5,4	1,20

Die Beobachtungen führten zu folgenden Resultaten:

Mit der Dauer der Polarisirung änderten sich die Polarisationen in ausgesprochenem Siune nur dann, wenn die polarisirende Kraft zwischen etwa 0,8 und 1,6 Daniell lag. Dann nahm, wie schon früher für 1 Daniell und für 1 Chromsäureel. gefunden, die Hp. ab und die Op. zu. Bei kleineren und bei grösseren Kräften war die Veränderlichkeit gering und von wechselnder Richtung.³⁾ Constante

1) An der Kathode erscheinen Gasbläschen.

2) Die Anode ist mit Gas bedeckt, und an der Kathode steigt Gas auf.

3) Man beachte jedoch, dass bei den Versuchen eine Kraft die andere unmittelbar ablöste, dass also eine jede, mit Ausnahme der kleinsten, bereits polarisirte Electroden vorfand. Um die Grösse der Verän-

Endwerthe wurden bei absteigenden Kräften schneller als bei aufsteigenden erreicht. (cf. Abschn. 3_a). Schloss man also das Voltameter in der aufsteigenden Reihe der Kräfte durch eine jede nur während kurzer Zeit und ging dann wieder rückwärts zu kleineren Kräften über, so wurden bei den zwischen 0,8 und 1,6 Daniell liegenden Kräften kleinere Werthe der Hp. und grössere der Op. erhalten. Dies wurde jedoch in freilich geringerem Maasse auch dann noch beobachtet, wenn in der aufsteigenden Reihe eine jede Kraft während sehr langer Zeit gewirkt hatte. (cf. den Abschnitt 3_a). Dieses Verhalten drückt sich in den Werthen von H/O der Tab. 38 aus, welche in der absteigenden Reihe kleiner als in der aufsteigenden sind, ausgenommen denjenigen, welcher für die ausserhalb des Intervalles 0,8—1,6 Daniell liegende Kraft von 0,625 Daniell gilt.

Die Gesamtpolarisation war infolge nicht vollkommen gleicher Beschaffenheit der beiden unpolarisirt bleibenden Electroden bei fast allen Kräften grösser als die jedesmalige polarisirende Kraft, nur bei der grössten Kraft blieb sie hinter derselben zurück. Soweit die bei kleinen Kräften nur in geringerer Zahl angestellten Versuche zu schliessen erlauben, ist die Differenz zwischen der polarisirenden Kraft und der Gesamtpolarisation bis etwa 1,8 Daniell nur wenig veränderlich¹⁾, dann aber wächst $H + O$ viel langsamer als die polarisirende Kraft, bis die Differenz bei der grössten Kraft positiv wird und — mit Berücksichtigung ihres bei kleinen Kräften beobachteten Werthes, dessen negatives Vorzeichen doch wohl nur der nicht vollkommen gleichen Beschaffenheit der beiden seitlichen Electroden zuzuschreiben ist — eine Grösse von etwa 0,09 Daniell erreicht.

An der Kathode sind die ersten Gasbläschen bei 2,2 Daniell, also bald nach beginnendem stärkeren Zurückbleiben der Gesamtpolarisation hinter der polarisirenden Kraft,

derlichkeit der Einzelpolarisationen bei verschiedenen Kräften genauer zu studiren, müsste man zwischen je zwei Kräften eine längere Zeit verstreichen lassen.

1) Thatsächlich wächst sie auch bei kleinen Kräften mit wachsender polarisirender Kraft. Cf. Bartoli, Nuov. Cim. (3) 5. p. 203. 1879.

beobachtet. An der Anode tritt Gas zuerst zwischen 2,3 und 2,6 Dan. auf. Man bemerke, dass bei etwa 1,8 Daniell, von welcher Kraft an die Gesamtpolarisation hinter der polarisirenden Kraft stärker zurückbleibt, ein langsames Ansteigen der Hp., zugleich aber ein stärkeres der Op. beginnt.

Die Hp. nimmt mit wachsender Kraft zu bis zur Erreichung einer Grösse von 0,67 Daniell. Auf diesem Werth bleibt sie, während die Kraft von 0,95 bis 1,3 Dan. wächst, stehen. Bei weiter wachsender Kraft nimmt sie wieder zu und beginnt bei 1,85 Daniell sich einem — bei den Versuchen nicht erreichten — Maximum anzunähern. Die Periode sehr geringer Zunahme der Hp. tritt also bei denjenigen Kräften ein, bei welchen mit der Dauer ihrer Wirkung die Hp. am stärksten abnahm. Die Periode sehr kleiner Zunahme der Hp. mit wachsender Kraft ist durch die starke Abnahme der Hp. während der langen Dauer der Polarisirung veranlasst, sie würde wahrscheinlich ganz fortfallen, und die Curve ein fast constantes Gefälle haben, wenn man eine jede Kraft nur während sehr kurzer Zeit wirken liesse.

Für die Deutung der Versuche ist dies von besonderer Wichtigkeit.

Die Op. verhält sich — bei der doch immer sehr nahe bestehenden Gleichheit der polarisirenden Kraft und der Gesamtpolarisation — der Hp. entgegengesetzt: Sie nimmt also zuerst beschleunigt zu¹⁾ und wächst dann der Kraft proportional, solange die Hp. constant bleibt. Mit dem Wiederanwachsen der Hp. beginnt eine Periode langsamerer Zunahme der Op., welcher sich von der Kraft 1,85 Daniell an nochmals eine Periode schnelleren Wachstums anreihet.

Das Verhältniss H/O (Fig. 18) nimmt mit wachsender Kraft stark ab²⁾, nach Erreichung eines Minimums wieder zu und nochmals ein wenig ab.

1) Möglicherweise wächst bei den kleinsten Kräften die Op. verzögert an und die Hp. beschleunigt. Die Unkenntniss des Polarisationszustandes jeder einzelnen der beiden unpolarisirt bleibenden Electroden lässt eben einen Entscheid nicht zu.

2) Möglicherweise bei den kleinsten Kräften zuerst zu. Cf. die vorige Anm.

Es ist bei den kleinsten Kräften $H > O$, sodann ist für kurze Zeit $H < O$ und endlich wird wieder $H > O$.

Bei abnehmenden Kräften ist der von der Grösse der Kraft unabhängige Werth der Hp. kleiner (0,59 Daniell) als in der aufsteigenden Reihe, tritt bereits bei einer kleineren Kraft (0,8 Daniell) ein, endigt aber auch bei einer kleineren Kraft (1,25 Daniell). Eine Verschiebung in der gleichen Richtung beobachtet man auch, wenn man bei aufsteigenden Kräften eine jede länger wirken lässt.

Nun wurde Luft in das Voltameter eingelassen und dieselbe gehörig mit der Voltameterflüssigkeit durchgeschüttelt.

Tab. 41. Lufthaltiges Voltameter. Es sind wieder nur die nach langer Polarisirung erreichten Werthe angegeben. Die Kräfte folgen sich nur in aufsteigender Reihe. 1 Trocken-daniell = 100. Fig. 17.

Polaris. Kraft	H	O	H + O	Polar. Kr. - (H + O)	H/O
44,5	26,8	18,1	44,9	-0,4	1,48
67,0	37,7	30,0	67,7	-0,7	1,26
89,0	44,5	45,3	89,8	-0,8	0,98
111,3	46,1	65,6	111,7	-0,4	0,70
133,4	54,5	79,5	134,0	-0,6	0,68
140,6	58,1	83,6	141,7	-1,1	0,69
151,1	64,7	87,6	152,3	-1,2	0,74
165,3	72,8	93,7	166,5	-1,2	0,78
175,5	76,4	100,0	176,4	-0,9	0,76
194,7	87,9	107,5	195,4	-0,7	0,82
207,2	97,7	109,2	206,9	+0,3	0,89
241,1 ¹⁾	118,6	115,1	233,7	+7,4	1,03

Als das Voltameter lufthaltig war, nahm auch bei Kräften, kleiner als 0,8 Daniell, die Hp. mit der Dauer der Polarisirung ein wenig ab und die Op. zu. Noch bei 1,4 Daniell war dieses Verhalten der Polarisirungen mit Sicherheit nachweisbar, bei grösseren Kräften wurde durch die mangelnde Constanz der polarisirenden Elemente das Urtheil unsicher. Zudem war, wie sich schon früher für 1 Daniell ergeben hatte, die Veränderlichkeit der Einzelpolarisationen, die bei der Hp. in einer Abnahme, bei der Op. in einer

1) An der Kathode Gas.

Zunahme bestand, im lufthaltigen Voltameter viel kleiner als im luftleeren.

Die Gesamtpolarisation übertraf auch jetzt die polarisirende Kraft ein wenig. Die Differenz beider war bis fast 2 Dan. innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler constant, dann blieb, kurz bevor an der Kathode Gas erschien, die Polarisation hinter der polarisirenden Kraft merklich zurück. Bei 2,4 Daniell betrug der Unterschied 0,08 Daniell. Die Hp. steigt zuerst verzögert an und ändert sich bei einer polarisirenden Kraft von ca. 0,9 Daniell und einer Grösse von ca. 0,45 Daniell sehr wenig, dann wächst sie bis zum Abbruch der Beobachtungen ein wenig rascher als die Kraft. Die Periode sehr geringer Zunahme der Hp. ist kürzer, als im luftleeren Voltameter, indem sie etwa bei der gleichen Kraft beginnt, aber früher endigt. Das Gesetz, nach welchem die Hp. mit der Kraft wächst, ist also im grossen und ganzen dasselbe, wie beim luftleeren Voltameter, da die letzte Periode langsamerer Zunahme, welche früher auftrat, auch hier bei weiterer Steigerung der Kraft nicht fehlen wird. Auch beim lufthaltigen Voltameter decken sich die Kräfte, bei welchen mit der Dauer ihrer Wirkung die Hp. am stärksten abnimmt, etwa mit denjenigen, bei welchen die Hp. mit zunehmender polarisirender Kraft sich am wenigsten ändert.

Die Op. nimmt zuerst beschleunigt und nach Erreichung einer Grösse von ca. 0,55 Daniell, welche durch eine Kraft von 1 Daniell erzeugt wird, verzögert zu. Hier ist das bei Luftleere des Voltameters gefundene nochmalige stärkere Ansteigen nicht beobachtet.

H/O (Fig. 18) nimmt ab¹⁾, erreicht bei einer wenig kleineren Kraft als früher ein Minimum und nimmt darauf wieder zu, ohne, wie beim luftleeren Voltameter, nochmals abzunehmen. Sämmtliche Werthe liegen unter den bei den gleichen Kräften mit luftleerem Voltameter beobachteten,

1) Die Beobachtungen beginnen mit grösseren Kräften als beim luftleeren Voltameter. Die dort anfänglich beobachtete Zunahme ist vielleicht nur deshalb hier nicht gefunden.

namentlich bei kleinen Kräften; Luftgehalt des Voltameters vermindert also, wie schon früher bei der Kraft eines Daniells gefunden, bei allen Kräften die Polarisirung der Kathode und steigert diejenige der Anode.

Die Hp. übertrifft jetzt die Op. bei Kräften, welche kleiner als 0,9 Daniell sind, steht dann der Op. nach bis zu einer Kraft von etwa 2,3 Daniell und wird darauf wieder grösser als diese. Das Gebiet der Kräfte, bei welchen $H < O$, ist demnach bei lufthaltigem Voltameter bedeutend grösser als bei luftleerem.

Es sei noch bemerkt, dass die Versuche dieses Abschnitts bei den Kräften von der Grösse eines Daniells und eines Chromsäureel. für H/O grössere Werthe liefern, als sie früher mit demselben Voltameter beobachtet worden sind. Fänden die grösseren Werthe nur bei Luftleere des Voltameters statt, so könnte man die Ursache in einer jetzt vollkommeneren Evacuierung suchen. Sie finden sich aber auch bei luftgesättigtem Voltameter.

Um Wiederholungen zu vermeiden, werde ich eine zusammenfassende Erklärung aller Versuchsergebnisse erst nach Mittheilung auch der Beobachtungen mit Gold- und Palladiumelectroden geben.

Giessen, Anfang August 1886.

II. *Zur Theorie der unipolaren Induction; von Edm. Hoppe.*

(Hierzu Taf. V Fig. 19–20.)

§ 1. In einer früheren Arbeit¹⁾ über diesen Gegenstand habe ich durch Versuche mit einem Electromagnet nachgewiesen, dass die Edlund'sche Theorie der unipolaren Induction mit den Beobachtungsthaten in Widerspruch steht, und dass damit die weiteren Consequenzen jener Theorie hinfällig sind. Obwohl ich dort erwähnt habe, dass die

1) Hoppe, Wied. Ann. 28. p. 478. 1886.

Anwendung eines Electromagnets weder theoretisch noch experimentell auf Schwierigkeiten stiesse, hatte ich doch den Wunsch, etwa aufsteigende Zweifel durch Experimente mit Stahlmagneten zu beseitigen. Durch die Güte der Besitzer der hiesigen renommirten Maschinenfabrik von Nagel und Kaemp wurde mir dies ermöglicht. Aus einem auf das Sorgfältigste längere Zeit hindurch ausgeschmiedeten Stahlblock liessen dieselben mir einen 150 mm hohen Cylinder mit der Bohrmaschine concentrisch ausbohren, dessen äusserer Durchmesser 50 mm, dessen innerer 40 mm betrug. Diesen Cylinder versah ich mit einem Messinggestell analog dem des früheren Apparates.¹⁾ Der Cylinder *a* (Fig. 19) wurde in der Mitte an vier diametral gegenüberliegenden Stellen durchbohrt; durch diese Löcher ragen, durch Hartgummihülsen isolirt, vier Messingarme *e* in das Innere des Cylinders und sind hier in ein Messingstück *c* eingeschraubt, welches auf seiner oberen Seite ebenfalls einen Messingstift *b* trägt, der den Stahlcylinder um etwa 20 mm überragt und oben durch eine centriscch gebohrte Hartgummischeibe in der Axe des Cylinders erhalten wird. Die seitlichen Arme *e* tragen den 10 mm breiten Messingring *d*, dessen äusserer Durchmesser 120 mm beträgt. Dieser Stahlcylinder wird durch den Messingblock *f* centriscch auf der Axe eines Rotationsapparates befestigt, sodass der Stift *b* in der Verlängerung der Rotationsaxe liegt. Die Dimensionen des Cylinders *a* gestatten, an Stelle dieses eben beschriebenen Messinggestelles das analoge des früheren Apparates einzuschrauben, da es sich von ihm nur durch die Weite des äusseren Messingringes unterscheidet, der bei jenem 73 mm äusseren und 53 mm inneren Durchmesser hatte, sodass der Magnet immer noch vom Gestell isolirt bleibt. Ich werde diese beiden Gestelle so unterscheiden, dass ich das grössere mit I, das kleinere mit II bezeichnen werde.

Nachdem der Stahlcylinder durchbohrt war, wurde er magnetisirt, indem ich eine ihn umschliessende, gleichmässig gewickelte Drahtspule von dem Strome einer kleinen Sie-

1) Hoppe, l. c. p. 480.

mens'schen Dynamomaschine durchlaufen liess, sodass bald das Maximum des Magnetismus erreicht war. Bei einer Prüfung mit einem Meyerstein'schen Magnetometer ergab sich die gleichartige Vertheilung des Magnetismus über den Cylinder, indem Drehungen um die Axe des Cylinders weder in senkrechter, noch paralleler Lage (erste und zweite Gauss'sche Hauptlage) in verschiedensten Entfernungen vom Magnetometer Aenderungen des Ausschlages bedingten, was der Fall hätte sein müssen, wenn der Magnetismus nicht symmetrisch zur Axe des Cylinders gleichmässig vertheilt wäre. Es kann daher angenommen werden, dass der Cylinder homogen ist, und in symmetrischen Punkten gleiche magnetische Momente vorhanden sind. Wir werden daher die Wirkung des Cylinders ersetzen können in unserer theoretischen Betrachtung durch die von zwei in der Rotationsaxe in gleichem Abstände von der Mitte des Cylinders liegenden Pole s und n (Fig. 20). In wie weit diese Voraussetzung zulässig ist, zeigen die folgenden Versuche. Der Magnet war so magnetisirt, dass der Südpol oben, der Nordpol unten lag.

§ 2. Zunächst stellte ich durch directe Versuche, wie in der früheren Arbeit, den Sinn der bei der Rotation inducirten Stromrichtung fest mit dem gleichen Resultate, wie dort, d. h. wenn der Südpol oben, der Nordpol unten an der verticalen Rotationsaxe liegt, gibt die Drehung im Sinne der Erdrotation einen Strom von der Spitze b durch die äussere Leitung nach d , die Drehung im Sinne des Uhrzeigers einen Strom in entgegengesetzter Richtung. Stets wurde d durch eine schleifende Messingfeder, b durch eine an einer Feder befestigte kleine Messingplatte, welche etwas ausgehöhlt war, um das Ende von b aufzunehmen, berührt. Da die Resultate dieser Versuche mit dem Magnet genau jenen mit dem Electromagnet entsprechen, ist es nicht nöthig, die Beobachtungszahlen hier noch einmal anzuführen. Die dort nur angeregte Frage, wie sich die electromotorische Kraft bei grösserer oder geringerer Entfernung der Berührungsstellen von der Axe verhalte, habe ich mit Hilfe dieses Stahlmagnets eingehender untersuchen können.

§ 3. Das Resultat dieser Versuche stimmt mit der von G. Wiedemann vertretenen Theorie überein. In der That, suchen wir den Sitz der electromotorischen Kraft in dem ruhenden Theile der Leitung, also in der relativen Bewegung des Magnets gegen die Leitung, so wird bei der schematischen Darstellung (Fig. 20) sich Folgendes ergeben. Sei AD der ruhende Draht, von dem ein Element BC betrachtet werde, s n der wirkende Magnet, so können wir statt der Bewegung des Magnets annehmen, der Draht rotire um den ruhenden Magnet. Unter Berücksichtigung des Lenz'schen Gesetzes können wir den Vorgang umkehren und das Drehungsmoment betrachten, welches von der Wechselwirkung zwischen Magnet und Stromelement auf den Stromträger ausgeübt wird. Dann ist die von s auf das Element senkrecht zur Ebene der Zeichnung ausgeübte Kraft $Ks = (\mu i . ds . \sin \epsilon) / r^2$ und die von n ausgeübte $Kn = -(\mu i ds . \sin \epsilon') / r_1^2$; wenn ϵ und ϵ' die Winkel des Elementes BC mit r und r_1 , den Entfernungen von s und n , sind. Nennen wir nun das Dreieck $BCs = (df)/2$ und $BCn = (df')/2$; so ist $Ks = \mu i df / r^3$; $Kn = -\mu i df' / r_1^3$, also die Gesamtkraft:

$$K = \mu i \left(\frac{df}{r^3} - \frac{df'}{r_1^3} \right).$$

Sei ferner der Winkel $AsB = \alpha$; $AnB = \beta$, so ist $BsC = d\alpha$; $BnC = d\beta$ und $df = r^2 d\alpha$; $df' = r^2 d\beta$. Dadurch wird:

$$K = \mu i \left(\frac{d\alpha}{r} - \frac{d\beta}{r_1} \right).$$

Daraus ergibt sich das Drehungsmoment Δ' für das Element BC :

$$\Delta' = \mu i (\sin \alpha d\alpha - \sin \beta d\beta).$$

Integriren wir über den Bogen AD , so ergibt sich das Gesamtdrehungsmoment:

$$\Delta = \mu i . \{(\cos \alpha_A - \cos \alpha_D) - (\cos \beta_A - \cos \beta_D)\};$$

wo $\alpha_A, \alpha_D, \beta_A, \beta_D$ die Werthe der Winkel in den Endpunkten des Bogens sind.

§ 4. Nach dieser Methode sind wir in der Lage, die Drehungsmomente für gegebene Stromstärken, umgekehrt aber auch für gegebene Drehungsmomente die Stromstärken für verschiedene Lagen der Endpunkte der festen Leitung zu berechnen. In unserem Falle, wo A stets in der Rotationsaxe lag, ist:

$$(1) \quad A = -\mu i (\cos \alpha_D - \cos \beta_D),$$

d. h. wir haben nur die Lage der zweiten Gleitstelle zu berücksichtigen. Liegt D in der Mitte zwischen s und n , so ist ausserdem $-\cos \alpha_D = \cos \beta_D$; also:

$$(2) \quad A = 2\mu i \cos \alpha_{Dn}.$$

Je näher also D an die Axe herantritt, um so grösser wird das Drehungsmoment, umgekehrt bei gegebenem Drehungsmoment um so grösser die Intensität des durch die Drehung inducirten Stromes. Die Prüfung dieses Verhaltens ergibt sich aus folgender Tabelle. Die erste Columnne gibt die Ruhelage des Galvanometers, die zweite die Ablenkung, die dritte die Anzahl der Rotationen in 10 Secunden in Bezug auf das Schwungrad des Rotationsapparates, die vierte gibt den Werth des Ausschlages für eine Umdrehung. Da ich schon gezeigt habe¹⁾, dass die Stromstärke proportional der Umdrehungsgeschwindigkeit wächst, ist auf diese Weise möglich, Beobachtungen mit verschiedenen Rotationszahlen zu vergleichen; ich bezeichne diese relative Zahl mit δ . Uebrigens sind die letzten Versuche alle so angestellt, dass das Schwungrad des Apparates in 10 Sec. achtzehnmal rotirte, da ich diese Umdrehungszahl nach vielen Versuchen am sichersten constant erhielt. Die sechste Columnne enthält den Sinn der Drehung, ob wie die Erde oder wie die Uhrzeiger, die siebente endlich das Mittel aus zusammengehörigen Beobachtungen, die unmittelbar hintereinander gemacht wurden, um die durch die Reibung bedingten Thermostrome zu vermeiden, endlich die achte das Datum der Beobachtung.

Es rotirt der Magnet mit Gestell I, die Federn berühren b und d .

1) Hoppe, Electrotechn. Ztschr. 7. p. 235. 1886.

1. Ruhe	2. Einstel- lungen	3. Ablen- kung	4. Zahl d. Um- drehungen	5. δ	6. Sinn der Drehung	7. Mittel v. δ	8. Datum
26 $\frac{1}{2}$	38	11,5	15	0,76	Uhrdreh.	} 0,78	14. Juli
24	12	12	15	0,8	Erddreh.		
24	2	22	18	1,2	Erddreh.	} 0,93	"
24	34	11,5	18	0,64	Uhrdreh.		
24	11	13	15	0,86	Erddreh.	} 0,864	15. Juli
24	38	12	"	0,8	Uhrdreh.		
"	10	14	"	0,93	Erddreh.		
14	7	7	18	0,38	Erddreh.	} 0,805	17. Aug.
"	36	22	18	1,2	Uhrdreh.		
14	6	8	18	0,4	Erddreh.	} 0,861	"
"	37	23	18	1,27	Uhrdreh.		

Es rotirt der Magnet mit Gestell II, die Federn berühren *b* und *d*.

14	4	10	18	0,5	Erddreh.	} 1,05	17. Aug.
"	42	28	"	1,5	Uhrdreh.		
14	3	11	"	0,61	Erddreh.	} 1,138	"
"	44	30	"	1,6	Uhrdreh.		
14	2	12	"	0,6	Erddreh.	} 1,2	18. Aug.
"	46	32	"	1,7	Uhrdreh.		
15	3	12	"	0,6	Erddreh.	} 1,18	"
"	45	30	"	1,6	Uhrdreh.		
"	2	13	"	0,72	Erddreh.		

Es ergibt sich als Gesamtmittel des δ für den grossen Ring 0,848, und ebenso für den kleinen Ring 1,1492. Berechnet man für die hier anzuwendende Formel (2) die Cosinus, so ist deren Verhältniss nahezu $\frac{90}{75}$. Multiplicirt man den relativen Werth 0,848 mit dieser Verhältnisszahl, so ergibt sich 1,02. Berücksichtigt man die nur auf halbe Grade genaue Messung mit dem Multiplicator, so liegt der Fehlbetrag an dem wahren Werthe innerhalb der Beobachtungsfehler. Man erhält dann das Gesetz, dass die Intensität des inducirten Stromes wächst mit dem Cosinus des Winkels, den die Verbindungslinie des Poles und der Gleitstelle mit der

Rotationsaxe macht, wenn die zweite Gleitstelle in der Verlängerung der Rotationsaxe selbst liegt.

§ 5. Es entsteht nun die Frage, ob die Masse des mitrotirenden Leiters ganz ohne Einfluss ist auf die Stärke der Induction. Um dies zu untersuchen, machte ich mir aus ausgewalztem blankpolirtem Kupferblech zwei hohle Kupfercylinder, den einen von etwa 70 mm, den anderen von ca. 115 mm Durchmesser, passend zu den Ringen der beiden oben erwähnten Gestelle. Die Cylinder waren etwa 85 mm hoch, sodass sie bei der Rotation die Berührung des Endes von *b* nicht hinderten. Um sie zu befestigen, waren die Messingringe *d* an vier diametral gegenüber liegenden Stellen durchbohrt, ebensolche Durchbohrungen brachte ich in dem unteren Theil der Cylinder an und band nun durch weiche Kupferdrähte die Cylinder auf den Ringen *d* fest, sodass sie die obere (südliche) Hälfte des Magnets ganz einschlossen, wie in Fig. 19 durch die punktirte Linie angedeutet ist. Da ich die Cylinder selbst sorgfältig verlöthet hatte und die Naht glatt abgefeilt, besass der Apparat Stabilität genug, um zu erlauben, dass die berührende Feder statt auf den Ring *d* auch auf diesen Cylinder selbst gelegt werden konnte, ohne ein Schleudern oder unregelmässiges Berühren bei der Rotation zu bedingen. Auf diese Versuche werde ich gleich eingehen, zunächst zeigte sich, dass das Mitrotiren eines solchen Cylinders ohne jeden Einfluss auf die Stärke der Induction ist, wie folgende Beobachtung ergab.

17. August 1886. Es rotirt:

Magnet mit Gestell I ohne Kupfercylinder,
Gleitstellen auf *b* und *d*.

1	2	3	4	5	6
Ruhe	Einstell.	Ablenk.	δ	Sinn	Mittel
14	6	8	0,4	Erddrehung	} 0,7
"	34	20	1,1	Uhrdrehung	

Magnet mit Gestell I und Kupfercylinder,
Gleitstellen auf *b* und *d*.

14	8	6	0,3	Erddrehung	} 0,79
"	36	22	1,2	Uhrdrehung	
"	7	7	0,88	Erddrehung	

Magnet mit Gestell I ohne Kupfercylinder,
Gleitstellen auf *b* und *d*.

1	2	3	4	5	6
Ruhe	Einstell.	Ablenk.	δ	Sinn	Mittel
14	7	7	0,38	Erddrehung	} 0,805
"	36	22	1,2	Uhrdrehung	

Magnet mit Gestell II ohne Kupfercylinder,
Gleitstellen auf *b* und *d*.

14	3	11	0,61	Erddrehung	} 1,138
"	44	30	1,6	Uhrdrehung	

Magnet mit Gestell II und Kupfercylinder,
Gleitstellen auf *b* und *d*.

15	4	11	0,61	Erddrehung	} 1,138
16	46	30	1,6	Uhrdrehung	
16	5	11	0,61	Erddrehung	} 1,16
"	47	31	1,72	Uhrdrehung	

§ 6. Noch auf andere Weise untersuchte ich den Einfluss der mitrotirenden Leitertheile. Würde nämlich in diesem eine electromotorische Kraft thätig sein, so müsste sich an dem Ende von *b* oder dem Rande von *d* eine Spannungsdifferenz zeigen, diese würde auf einen in der Nähe befindlichen Leiter influenzirend wirken müssen. Ich construirte daher einen dritten Kupfercylinder von ca. 130 mm Durchmesser, welcher, an einem isolirenden Hartgummigestell befestigt, so aufgestellt wurde, dass derselbe die obere Hälfte des Apparates umschloss, ohne irgendwo zu berühren. Der untere Rand dieses isolirten Cylinders, den ich Condensator nennen will, stand dem Rande von *d* gerade gegenüber, ihn etwa 2 mm nach unten überragend. Vom Condensator führte ein blanker, isolirt aufgehängener Leitungsdraht zu einem Quadrantenpaare eines höchst empfindlichen Edelmann'schen Electrometers, dessen Nadel mit dem Pole einer Wasserbatterie verbunden war. Ob ich aber die innere oder äussere Seite, den unteren oder oberen Rand des Condensators mit dem Electromagnet verband, es gelang mir weder bei der Drehung im Sinne der Erdrotation, noch der Uhrzeigerrotation die geringste Ablenkung zu erhalten. Auch die Anbringung der Kupfercylinder auf Gestell I oder II änderte an diesem

negativen Resultate nichts. Ich verschob den Condensator nach oben oder unten während der Rotation, ohne einen Ausschlag zu erhalten. Um auch dem Einwande zu begegnen, dass die Influenz zu schwach für die Empfindlichkeit des Electrometers gewesen sei, legte ich den Leitungsdraht nun an den rotirenden Apparat selbst. Es erfolgte selbstredend ein Ausschlag des Electrometers, der jedoch, wie die Tabelle zeigt, seine Entstehung nicht einer Induction verdankt, sondern durch die bei der Reibung entstehende Electricität bedingt ist, da die Art der Drehung auf den Sinn der Ablenkung gar keinen Einfluss hat. Die in Columne 1 und 3 angegebenen Zahlen sind Scalentheile des über dem Fernrohr in ca. $2\frac{1}{2}$ m vom Electrometer befindlichen Maassstabes, die Vorzeichen bedeuten rechts und links vom Nullpunkt.

Ruhe	Sinn der Drehung	Einstellung	Anzahl der Umdrehungen	Bemerkung
+ 30	Uhrdrehung	—96	24	Der Verbindungsdraht berührt den Kupfercylinder in 80 mm Höhe
"	Erddrehung	—66	18	" " "
"	Uhrdrehung	—66	"	" " "
"	Uhrdrehung	—62	18	der Draht schleift auf <i>d</i>
"	Erddrehung	—60	"	" " " " <i>d</i>
"	Uhrdrehung	—95	18	" " " " <i>b</i>
"	Erddrehung	—85	"	" " " " <i>b</i>

Es scheint demnach ausgeschlossen, dem mitrotirenden Leitertheile irgend welchen Einfluss auf das Zustandekommen des Inductionsstromes zuzuschreiben, ausser dass er den Strom schliesst.

§ 7. Die Intensität des in dem festen Theile der Leitung inducirten Stromes hängt demnach lediglich ab von der Potentialdifferenz an den Berührungsstellen. Diese Frage liess sich mit Hülfe der auf die Gestelle I und II gebundenen Kupfercylinder weiter verfolgen. Bei allen folgenden Versuchen ist die eine Berührungsstelle auf der Spitze des Stiftes *b*, die andere auf oder in verschiedenen Höhen des Kupfercylinders über *d*. Die Höhen sind von *d* an gemessen.

Es rotirt: Magnet mit Gestell II und Kupfercylinder, die eine Feder stets auf *b* schleifend.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Ablen-	Umdreh-	δ	Sinn der	Mittel	Berührungsstelle
kung	ungszahl		Drehung		der 2. Feder
12	18	0,6	Erddrehung	1,18	auf d
30	"	1,6	Uhrdrehung		
13	"	0,72	Erddrehung		
16	"	0,8	Erddrehung	1,1	8 mm hoch
24	"	1,3	Uhrdrehung		
14	"	0,7	Erddrehung	1,027	15 mm hoch
23	"	1,27	Uhrdrehung		
12	"	0,6	Erddrehung	0,972	25 mm hoch
23	"	1,27	Uhrdrehung		
12	"	0,6	Erddrehung	0,916	35 mm hoch
21	"	1,16	Uhrdrehung		
10	"	0,5	Erddrehung	0,72	41 mm hoch
16	"	0,8	Uhrdrehung		
8	"	0,4	Erddrehung	0,638	51 mm hoch
15	"	0,83	Uhrdrehung		
7,5	"	0,416	Erddrehung	0,625	" "
15	"	0,83	Uhrdrehung		
5,5	"	0,305	Erddrehung	0,5416	62 mm hoch
14	"	0,7	Uhrdrehung		
5	"	0,27	Erddrehung	0,472	67 mm hoch
12	"	0,6	Uhrdrehung		
3	"	0,16	Erddrehung	0,2638	76 mm hoch
6,5	"	0,361	Uhrdrehung		
3	"	0,16	Erddrehung	0,2916	" "
7,5	"	0,416	Uhrdrehung		
1,5	"	0,083	Erddrehung	0,0694	87 mm hoch
1,0	"	0,05	Uhrdrehung		

Es rotirt: Magnet mit Gestell I und Kupfercylinder,
die erste Feder berührt b .

7	18	0,38	Erddrehung	0,805	auf d
22	"	1,2	Uhrdrehung		
6	15	0,4	Erddrehung	0,6	38 mm hoch
12	"	0,8	Uhrdrehung		
6	"	0,4	Erddrehung	0,593	" "
11,5	"	0,76	Uhrdrehung		

1. Ablen- kung	2. Umdreh- ungszahl	3. δ	4. Sinn der Drehung	5. Mittel	6. Berührungsstelle der 2. Feder
7	18	0,38	Erddrehung	0,6	38 mm hoch
17	"	0,94	Uhrdrehung		
9	15	0,6	Uhrdrehung	0,416	80 mm hoch
3,5	"	0,28	Erddrehung		
5	18	0,27	Erddrehung	0,38	" "
9	"	0,5	Uhrdrehung		

Die Beobachtungen zeigen eine erhebliche Abnahme der Stromstärke mit der grösseren Entfernung vom Ringe d , und zwar bei dem Gestell II in stärkerem Maasse wie bei I. Die nach Formel (1) berechneten Werthe stimmen für den kleineren Cylinder nur in niedrigen Höhen nahezu überein, für grössere Höhen weichen sie sehr von den Beobachtungen ab und liefern schliesslich fast das Doppelte der Beobachtung. Eine Zusammenstellung der Werthe für Gestell I und II liefert folgende Tabelle.

Gestell II.			Gestell I.		
Höhe über d	Mittel aller beob. δ	δ berechnet	Höhe über d	Mittel aller beob. δ	δ berechnet
0 mm	1,149	1,149	0 mm	0,848	0,848
8 "	1,027	1,077	38 "	0,617	0,735
51 "	0,632	0,794	80 "	0,399	0,424
76 "	0,278	0,511			

Die geringe Uebereinstimmung bei dem kleinen Ring ist natürlich, da die Formel (1) voraussetzt, dass der Cylinder magnet durch einen Linienmagnet ersetzt werden kann, was bei der grossen Nähe des kleinen Cylinders am Magnet unzulässig ist. Die berechneten Werthe sind so erhalten, dass vorausgesetzt wurde, die Beobachtungen für 0 mm Höhe seien richtig, dann wurde mit den aus Formel (1) sich ergebenden Verhältnisszahlen multiplicirt.

§ 8. Endlich untersuchte ich auch die Frage, ob in dem rotirenden Kupfercylinder selbst eine electromotorische Kraft wirksam ist. Ich liess zu dem Zweck die zum Galvanometer führenden Drähte durch zwei Messingfedern auf dem Kupfercylinder oder dem Ringe d schleifen und erhielt folgende Resultate:

16. Juli 1886. Gestell I.

Ruhe	Ein- stell.	Umdr.- Zahl	δ	Sinn d. Dreh.	Mittel	Lage der Gleitstellen
26	31	10	0,5	Erdd.	0,55	die eine Feder auf d
"	32	"	0,6	Uhrd.		die andere Feder in 38 mm Höhe
"	30	10	0,4	Erdd.	0,4	die eine Feder auf d
"	30	"	0,4	Uhrd.		die andere Feder in 85 mm Höhe
"	27	10	0,1	Erdd.	0,1	die eine Feder in 38 mm Höhe
"	"	"	0,1	Uhrd.		die andere Feder in 85 mm Höhe

Da die Ausschläge stets nach einer Seite hin stattfinden, verdanken die beobachteten Stromstärken Thermoströmen ihr Dasein. Die Verschiedenheit in der Stärke erklärt sich durch die Verschiedenheit der reibenden Körper, die Federn waren aus Messing, ebenso der Ring d , dagegen bestand der Cylinder aus Kupfer. Die Stärke der im ersten und zweiten Fall erzeugten Thermoströme ist gleich den in den früheren Tabellen aus den Differenzen der Ausschläge bei den verschiedenen Drehungen sich ergebenden.

Als die wesentlichsten Ergebnisse dieser Untersuchung möchte ich Folgendes hervorheben.

1) Bei der unipolaren Induction kommt nur der feste Theil der Strombahn in Frage.

2) Die Stärke der Induction hängt nur von der Lage der beiden Gleitstellen ab und ist am grössten, wenn die eine Gleitstelle in der Rotationsaxe ausserhalb des Magnets, die andere in der Mitte der beiden Pole möglichst nahe am Magnet liegt.

3) Die nach der Wiedemann'schen Theorie berechneten Werthe stimmen bei hinlänglicher Entfernung der zweiten Gleitstelle vom Magnet mit den beobachteten überein.

Es ist mir noch nicht gelungen, eine passende Anordnung zu treffen, um auch den Einfluss verschiedener Dielectrica zu untersuchen, doch glaube ich im voraus sagen zu können, dass eine Aenderung sich kaum ergeben wird, da bei der in der früheren Arbeit durchgeführten Untersuchung sich ergeben hatte, dass eine Isolirung des Magnets für das Resultat ganz irrelevant ist und auch bei gegenwärtigen Be-

obachtungen sich zeigte, dass die mitrotirenden Cylinder keinerlei Veränderung brachten.

Ich möchte zum Schluss noch darauf hinweisen, dass es mir räthlich erscheint, an Stelle des Plücker'schen Apparates zur Demonstration der unipolaren Induction den von mir construirten bei Vorlesungen anzuwenden, da bei meinem Apparat ein Zweifel über den Sitz der electromotorischen Kraft ausgeschlossen ist, während Plücker's Versuche bekanntlich von Anfang an die Grundlage für die widersprechendsten Theorien gewesen sind. Der hiesige Mechaniker und Optiker, Hr. Schwenke, welcher meinen Apparat construiert hat, ist bereit, derartige zu liefern. Sie empfehlen sich auch wohl um deswillen, weil sie für jeden Rotationsapparat brauchbar sind.

Hamburg, 5. October 1886.

Nachtrag.

Nachdem vorstehender Aufsatz bereits zum Druck gegeben war, erhielt ich Kenntniss von den Bemerkungen, welche Hr. Edlund¹⁾ gegen meinen ersten Aufsatz²⁾ über dasselbe Thema gemacht hat. Es genügt, mit wenigen Worten auf diese Bemerkungen einzugehen. Hr. Edlund erweist zunächst die Richtigkeit seiner Formel; die habe ich nicht bestritten, denn es ist das alte Biot-Savart'sche Gesetz. Unsere Differenz liegt lediglich in der Anwendung derselben, nämlich in der Bedeutung von v . Ist v eine absolute Geschwindigkeit, oder ist sie relativ? Nach der von mir vertretenen Theorie ist nur dann Induction möglich, wenn Magnet und inducirter Leiter relativ ihre Lage ändern, nach Hrn. Edlund ist v eine absolute Bewegung in einem Magnetfelde. Auf die sich aus dieser verschiedenen Auffassung ergebenden Unterschiede hier aufmerksam zu machen, ist überflüssig, man sehe die Capitel über Induction in G. Wiedemann's Lehre von der Electricität nach, speciell Bd. IV 1. p. 62. Ich

1) Edlund, Wied. Ann. 29. p. 420. 1886.

2) Hoppe, Wied. Ann. 28. p. 478. 1886.

spreche deswegen auch nicht von meiner Theorie, da ich nur die von F. Neumann, G. Wiedemann etc. auf meine Versuche angewandt habe. Alle von G. Wiedemann (l. c.) ausgesprochenen Bemerkungen treffen direct auch Edlund's Theorie.

Was nun Hrn. Edlund's Bemerkungen gegen meine Versuche betrifft, so steht und fällt sein ganzer Einwand gegen meine Schlussfolgerungen mit der Existenz oder Nichtexistenz der electromotorischen Kraft in der Rotationsaxe meines Apparates, d. h. in b (Fig. 19). Hr. Edlund¹⁾ sagt: ich hätte infolge irgend einer „zufälligen Verwechslung“ angenommen, dass nach Hrn. Edlund's Theorie keine Induction in b entstände; aber so ganz zufällig ist diese „Verwechslung“ doch nicht. Hr. Edlund sagt in seiner gekrönten Preisschrift²⁾, wo er den hypothetischen Fall betrachtet, die Erdaxe falle mit der magnetischen Axe zusammen, p. 30: „La force qui cherche à conduire la molécule électrique verticalement de bas en haut, est par conséquent zéro au pôle, et minime à la région polaire“ und p. 34: L'action du magnétisme terrestre sur un élément de courant situé dans l'atmosphère a donc zéro pour composante dans le direction de l'aiguille d'inclinaison. Es sind diese Aussprüche an jenen Stellen in der That consequent, denn die von Hrn. Edlund entwickelte Formel für diese Verticalkraft ist:

$$A = \frac{x \cdot M \cdot r \cdot \varrho \cos^2 l}{(r^2 + \varrho^2 - 2r\varrho \sin l)^{3/2}} + \frac{x \cdot M \cdot r \cdot \varrho \cos^2 l}{(r^2 + \varrho^2 + 2r\varrho \sin l)^{3/2}},$$

wo l die geographische Breite, r der Radius der Kugel, ϱ die Distanz des substituirten Magnetpols vom Mittelpunkt bedeuten. Für $l = 90^\circ$ wird $A = 0$, ganz unabhängig von dem Werthe von ϱ . Auch wo Hr. Edlund die wirklichen Verhältnisse der Erde bespricht, betont er dies Verhalten ganz besonders³⁾: „Les molécules électriques qui se trouvent dans l'atmosphère verticalement aux dessus des pôles

1) Edlund, l. c. p. 425.

2) Sur l'origine de l'électricité atmosphérique par Edlund. 1884.

3) Edlund, l. c. p. 42.

magnétiques, ne sont donc pas soulevées dans la direction verticale par l'aimant terrestre.“ Es scheint mir demnach keine „Verwechselung“ zu sein, wenn ich sagte: nach Hrn. Edlund's Theorie findet in der Axe *b* keine Induction statt, denn die an die Stelle des Cylindermagnets zu substituierenden Pole werden doch auch wohl bei Hrn. Edlund in der Axe des Cylinders liegen. — Hr. Edlund gibt aber jetzt diese Ansicht seiner Preisschrift ohne weiteres auf und beruft sich auf ein ebenda beschriebenes Experiment.¹⁾

Es ist dies genau dasselbe, welches Plücker²⁾ im Jahre 1852 an erster Stelle seiner Fundamentaluntersuchung veröffentlicht hat. Da Hr. Edlund auf dieses Experiment das Biot-Savart'sche Gesetz anwendet, gerade wie Plücker es gethan, kommt er selbstredend auch wie jener zu demselben Resultat, dass nämlich die positive Electricität bei einem, wie die Erde rotirenden, Magnet sich an die Pole begibt. Hr. Edlund sagt jetzt in seinen „Bemerkungen“³⁾ ausdrücklich, dass diese in *b* wirkende Kraft *A* grösser sei, wie die in den seitlichen Armen zusammengenommenen, d. h. er erhält dasselbe Resultat, wie Plücker, Riecke etc. Es ist also kein Wunder, dass mit Hülfe dieser Kraft in *b* nun auch meine Experimente mit der so veränderten Theorie Hrn. Edlund's stimmen; ich brauche auf die diesbezüglichen weiteren Bemerkungen Hrn. Edlund's also nicht einzugehen, denn, dass die Plücker'sche Theorie durch meine damaligen Versuche nicht berührt wurde, habe ich ausdrücklich⁴⁾ anerkannt.

Uebrigens ist das beregte Plücker'sche Experiment doch wohl nicht so ohne weiteres, wie Hr. Edlund will, auf die Axe *b* zu übertragen. Hr. Edlund⁵⁾ sagt selbst: „Es bildet sich im Inneren der magnetischen Röhre ein eigenthümliches Magnetfeld, wo die Kraftlinien in allen Richtungen

1) Edlund, l. c. p. 15.

2) Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 353. 1852. Auf einen merkwürdigen Zusammenhang der Edlund'schen Arbeit mit Plücker's Aufsatz habe ich anderswo aufmerksam gemacht. Electrotechn. Ztschr. 7. p. 285. 1886

3) Edlund, l. c. p. 426.

4) Hoppe, l. c. p. 489.

5) Edlund, l. c. p. 425.

gegen die Peripherie hinausgehen.“ Da wir eine homogene Röhre vor uns haben, so wird, wenn die Kraftlinien sich nach Hrn. Edlund's Ansicht nicht mit dem Magnet drehen, die Axe b doch in absoluter und relativer Ruhe in diesem Magnetfelde verharren und der Winkel β , welchen die Bewegungsrichtung der Axe mit der Kraftlinie einschliesst, ist gleich Null, also Hrn. Edlund's Ausdruck für die Induction $\mu \cdot v \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi \cdot \Delta s$ ist ebenfalls gleich Null. Ich lege darauf jedoch keinen Werth. Nehmen wir an, Hrn. Edlund's jetzige Ansicht sei richtig, d. h. es finde in der That eine starke Electricitätsbewegung in der Rotationsaxe nach dem hinausragenden Ende hin statt, wo bleibt dann die Anwendung auf die electrischen Erscheinungen auf der Erde? Dann haben wir am Pole starke positive Electricität, am Aequator negative, da hier die verticale Kraft jetzt geringer ist wie am Pole, gerade so, wie bei Plücker¹⁾, und der Schlussatz meiner früheren Arbeit, dass die Versuche, die electrischen Erscheinungen auf der Erde durch unipolare Induction zu erklären, gescheitert seien, bleibt völlig intact.

Nur auf einen Punkt muss ich noch kommen. Hr. Edlund findet es auffallend²⁾, dass ich annehme, die Kraftlinien drehen sich mit dem Magnet, da er glaubt³⁾, bewiesen zu haben, dass dies nicht der Fall sei. Wie will man aber aus dem Experiment, dass eine frei bewegliche Magnetnadel ihre Lage einem vertical aufgestellten Magnetstabe (wohl gar Cylinder) gegenüber nicht ändert, ob er ruht oder um seine Axe rotirt, schliessen, dass die Kraftlinien sich nicht mit drehen? Die Kraftlinien sind doch nur ideale Linien des grössten Potentialabfalles. In jedem Momente der Drehung hat die Kraftlinie für die Nadel genau dieselbe Richtung, nämlich nach dem Pole des Magnets zu, es kann die Nadel also, wenn dieser Pol in der Rotationsaxe liegt, keine Ablenkung erfahren; bildet die magnetische Axe mit der Rotationsaxe einen Winkel, so treten Schwingungen auf, wenn die Rotation langsam genug erfolgt. Es können bei einem solchen Ver-

1) Plücker, l. c. p. 357.

2) Edlund, l. c. p. 426.

3) Edlund, l. c. p. 423.

suche doch nur Intensitätsschwankungen wirksam sein. Die könnte man beobachten, wenn man in seitlicher Lage in der Richtung der Kraftlinien einen weichen Eisenstab mit Drahtspule anbrächte. Die Inductionsstösse wären abwechselnd entgegengesetzt und könnten daher nur mit dem Dynamometer gemessen werden. Leider steht mir ein solches nicht zur Verfügung, aber ich glaube, dass auf diese Weise die Frage nach der Drehung der Kraftlinien entschieden werden könnte. Bekanntlich habe ich die Drehung der Kraftlinien nicht erfunden, wie man nach Hrn. Edlund glauben könnte, man sehe G. Wiedemann's Lehrbuch, speciell Bd. IV 2. p. 1119. Dass Zöllner's Experiment nichts dagegen sagt, folgt aus eben derselben Darstellung.¹⁾

Ich bemerke zum Schlusse, dass nach den in vorstehender Arbeit mitgetheilten Versuchen mit dem Electrometer meiner Ansicht nach jede Theorie, die freie Electricität an der Oberfläche eines rotirenden Magnets statuirt, widerlegt ist.

III. Ueber eine Bestimmung der Grösse „ v “; von F. Himstedt.

(Hierzu Taf. V Fig. 21.)

Nachdem durch die vielfachen Ohmbestimmungen der letzten Jahre, sowie durch die neueren Arbeiten über das electrochemische Aequivalent des Silbers und auch der Verdet'schen Constanten gezeigt ist, dass die Bestimmung dieser electrischen Constanten einer weit grösseren Genauigkeit fähig ist, als man sie bis dahin erreicht hatte, liegt die Frage nahe, ob dies auch bezüglich einer anderen Constanten der Fall ist, nämlich des Verhältnisses der electromagnetischen und electrostatischen Einheiten der Electricität. Dass eine genaue Kenntniss dieser nach Maxwell im Folgenden mit „ v “ bezeichneten Grösse von Wichtigkeit ist, bedarf bei der oft betonten und allgemein bekannten grossen Bedeutung derselben keiner weiteren Begründung. Dass aber die bisher dafür gefundenen Werthe bei weitem noch nicht

1) G. Wiedemann, Electricität. 3. p. 150.

die Uebereinstimmung zeigen, welche bei den eingangs erwähnten Constanten erreicht ist, lehrt ein Blick auf die Zusammenstellung der Resultate in G. Wiedemann's *Electricität* IV, (2) p. 1004. Selbst wenn man die allerersten Bestimmungen von W. Weber und R. Kohlrausch, von Maxwell und W. Thomson unberücksichtigt lässt, bleiben noch Differenzen von 4 Proc., und die neusten Messungen von Exner ($v = 29,20 \cdot 10^9$), Klemenčič ($v = 30,18 \cdot 10^9$) und J. J. Thomson ($v = 29,63 \cdot 10^9$) ergeben noch keine wesentlich bessere Uebereinstimmung.¹⁾ Ich habe mir deshalb die Aufgabe gestellt, neue Bestimmungen dieser Grösse auszuführen und die Versuche möglichst so anzuordnen, dass ihre Resultate ein Urtheil über die erreichbare Genauigkeit ermöglichen. Der Natur der Sache gemäss setzt sich eine Bestimmung des „ v “ aus zwei Theilen zusammen, denn es muss eine Messung in electrostatischem und eine zweite in electromagnetischem Maasse ausgeführt werden. Die erste Aufgabe besteht im wesentlichen in der Bestimmung der Capacität eines Condensators, resp. der Constante eines absoluten Electrometers aus den zu messenden Dimensionen der betreffenden Apparate, die zweite im wesentlichen in einer Widerstandsmessung eventuell auch noch einer Strommessung.

Ich habe geglaubt, mich für die Versuchsanordnung entscheiden zu sollen, bei welcher die Capacität eines Condensators zu bestimmen ist, weil ich dies für leichter, resp. genauer ausführbar halte, als eine Messung mit dem absoluten Electrometer, und ich habe zuerst die Versuche des Hrn. Klemenčič wiederholt, weil deren Resultate vom Mittel der neueren Beobachtungen am weitesten nach der einen Richtung abweichen. Die Abänderungen, welche ich in der Anordnung getroffen habe, sind aus dem späteren zu ersehen, die wesentlichste ist die, dass ich stets nach der Nullmethode mir mit dem Differentialgalvanometer gearbeitet habe. Der von gefundene Werth $v = 30,07 \cdot 10^9$ stimmt mit dem des Hrn. Klemenčič nahezu bis auf 0,004 seines Betrages überein. Es

1) Die neueste Bestimmung des Hrn. Colley, *Wied. Ann.* 28. p. 1. 1886 hat für v ergeben $30,15 \cdot 10^9$, doch macht der Autor selbst darauf aufmerksam, dass die Genauigkeit nur auf etwa $2-2\frac{1}{2}$ Proc. verbürgt ist.

entsteht deshalb jetzt die Frage, rührt die Abweichung von den Resultaten anderer Beobachter hauptsächlich her aus den electromagnetischen Messungen oder aus den electrostatischen. Um hierüber Aufschluss zu erhalten, gedenke ich zunächst mit Benutzung desselben Condensators eine Bestimmung nach einer anderen Methode auszuführen, dann aber den benutzten Plattencondensator mit einem Schutzringcondensator zu vergleichen.¹⁾ Ich theile jetzt meine bisherigen Messungen ausführlich mit.

1. Die Methode.

Ein Condensator von der Capacität Q in electrostatischem Maasse, also der Capacität Q/v^2 in electromagnetischem Maasse werde n -mal in der Secunde geladen und entladen, indem man die Platten desselben abwechselnd mit den Endpunkten des Widerstandes AB (Fig. 21), durch welchen die Kette E geschlossen ist, und mit den Enden DD der einen Rolle eines Differentialgalvanometers G verbindet. Die Enden der zweiten Rolle FF verbinde man dauernd mit zwei Punkten A und C , die auf dem Widerstande AB so gewählt werden, dass die Nadel des Galvanometers keine Ablenkung zeigt. Der Widerstand zwischen den Punkten A und C werde mit w , der der zweiten Galvanometerrolle mit R und der zwischen den Punkten A und B mit W bezeichnet.²⁾ Alsdann besteht die Relation:

$$(1) \quad n \cdot \frac{Q}{v^2} \cdot W \cdot i = \frac{w \cdot i}{R + w} \quad \text{Mithin ist:}$$

$$(2) \quad v = \sqrt{\frac{n \cdot Q \cdot W \cdot R + w}{w}}.$$

Die besondere Einfachheit dieser Versuchsanordnung tritt in der Formel (2) deutlich hervor. In electrostatischem Maasse ist nur die Capacität Q zu bestimmen, in electro-

1) Nach dem diese Arbeit schon an die Redaction eingesendet war, habe ich Kenntniss von einer neuen Bestimmung des Hrn. Klemenčič erhalten. Das Resultat derselben $v = 30,15$ stimmt mit dem von mir gefundenen Werthe sogar noch besser überein, die Abweichung beträgt nicht ganz 0,3 Proc.

2) Der Widerstand zwischen A und B setzt sich zusammen aus dem Stücke BC und dem Stücke AC , zu welchem letzteren die Galvanometerrolle R sich im Nebenschluss befindet.

magnetischem nur der Widerstand W . Dazu kommen zwei Hilfsmessungen, es muss n , d. i. bei einem Stimmgabelunterbrecher die Schwingungszahl der Gabel, und es muss $(R+w)/w$, d. i. das Verhältniss zweier Widerstände bestimmt werden. Die Beobachtungen sind dagegen vollständig unabhängig von der Constanz der benutzten electromotorischen Kraft, sowie der Stromintensität, die Batterie wird während des Versuchs stets unter den gleichen Bedingungen benutzt.

2. Der Condensator.

Der Condensator bestand aus zwei vernickelten und polirten Stahlplatten, die in vorzüglicher Weise von F. W. Breithaupt und Sohn in Cassel hergestellt waren. Die untere ruhte auf drei je 50 cm langen Stützen aus Hartgummi, welche mit ihren unteren Enden in ein starkes Brett mit Fusschrauben eingelassen, und deren obere Enden verjüngt und rund abgedreht waren. Die drei Endpunkte lagen auf einem Kreise von etwa 18 cm Radius. Auf der unteren Platte ruhte die zweite, von ihr durch kleine Glasstückchen getrennt. Das Gestell mit dem Condensator stand auf einem sogenannten Isolirschmel mit etwa 50 cm langen gläsernen Füßen, sodass der Condensator selbst gut 1 m vom Fussboden entfernt war. Nach allen Richtungen betrug die Entfernung von den nächststehenden Gegenständen über 2 m. Die Zuleitungsdrähte waren von der Decke, resp. dem Fussboden des Zimmers nach der Mitte der Platten geführt und hatten einen Durchmesser von 0,1 mm. Die Stahlplatten hatten im Mittel eine Dicke von 1,727 cm. Ihr Durchmesser wurde im ganzen viermal bestimmt. Zweimal direct, indem die Mikroskope eines Comparators auf die Ränder eingestellt wurden, und zweimal aus dem mit Stahlbandmaass gemessenen Umfange. Das Stahlband war dasselbe mit Schlitz zum Durchziehen versehene, dessen ich mich bei der Ohmbestimmung bedient habe, die Dicke desselben wurde in Rechnung gezogen. Alle Messungen sind zurückgeführt auf eine Glasscala, die in der Normalaichungscommission in Berlin mit dem Normalmeter verglichen war. Es wurde gefunden für die Durchmesser der Platten:

	Directe Messungen		Stahlbandmaass		Mittel
	1	2	1	2	
Platte I	49,9435	49,946	49,9525	49,9425	49,946
Platte II	49,9468	49,9504	49,951	49,944	49,948

Als Hauptmittel ergibt sich hiernach für den Radius:

$$r = 24,9735 \text{ cm.}$$

Die Glasplättchen, welche zur Trennung der Condensatorplatten dienten, waren zu je drei aus derselben Planparallelplatte herausgebohrt. Ihre Dicke wurde mit einem Breithaupt'schen Sphärometer bestimmt, wobei die Plättchen auf einem Planglase ruhten, das eine mal mit der einen, das zweite mal mit der anderen Fläche. An der Theilung des Instrumentes konnte direct 0,0001 cm abgelesen werden. Die Spitze der Sphärometerschraube wurde dann in jeder Lage mit dem Mittelpunkte und drei Punkten nahe der Peripherie in Berührung gebracht, und der Eintritt der Berührung nach der K. R. Koch'schen Methode¹⁾ an der beginnenden Bewegung eines mit Mikroskop beobachteten Systems Newton'scher Ringe erkannt. Die Messungen wurden vor den eigentlichen Versuchen und nach denselben ausgeführt und ergaben ausserordentlich gute Uebereinstimmung. Es wurden für die Dicken aus den Ablesungen an der Sphärometerschraube gefunden.

δ_1	δ_2	δ_3	δ (Mittel)
0,21024	0,20999	0,20995	0,21006
0,34846	0,34875	0,34879	0,34867
0,47731	0,47719	0,47736	0,47729
0,61539	0,61528	0,61549	0,61539
0,92540	0,92535	0,92524	0,92533

Um diese Grössen auf wahre Centimeter zurückzuführen, musste die Schraube des Sphärometers untersucht werden. Zu dem Zwecke wurde zunächst ihre Gesamtlänge von nahe 2 cm in der Weise ausgewerthet, dass mit ihr ein Glasstab gemessen wurde, dessen Länge in der Normalaichungscommission zu 1,9917 cm mit einer Fehlergrenze von 0,0005 cm bestimmt war. Die Ablesungen an dem Sphärometer ergaben 1,99645 cm, der Stab umgekehrt, d. h.

1) K. R. Koch, Wied. Ann. 3. p. 611. 1878.

das bisher untere Ende nach oben gekehrt, 1,99652 cm. Im Mittel 1,9965 cm. Ich hatte nun weiter die Absicht, die Theilfehler, speciell den periodischen Fehler der Schraube in ähnlicher Weise zu ermitteln, wie man die Calibercorrectionen etwa eines Thermometers bestimmt, und wollte zu dem Zwecke die Dicke zweier Planparallelgläschen von nahe 0,1 und 0,2 cm Dicke an aufeinander folgenden Stellen der Schraube bestimmen, allein ein Durchmessen mit dem ersten Glasstückchen ergab, dass die Fehler der Schraube so klein sind, dass sie innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler liegen. Es findet sich mithin aus den Werthen für δ die wahre Dicke der Glasplättchen:

$$d = \frac{19917}{19965} \delta.$$

Es ist vielleicht von Interesse, zu erwähnen, dass eine Stelle derselben Schraube, nämlich etwa 1 mm, schon einmal, und zwar in ganz anderer Weise, von Hrn. K. R. Koch¹⁾ untersucht ist, und dass auch damals kein periodischer Fehler gefunden ist.

Die Glasplättchen aus den drei dünnen Glassorten hatten einen Durchmesser von 0,4 cm, die beiden dickeren von 0,5 cm. Bei der Berechnung der wegen der Glasstückchen an der Capacität des Condensators anzubringenden Correction wurde die Dielectricitätsconstante des Glases gleich 6 angenommen. Für die Berechnung der Capacität wurde die von Hrn. Kirchhoff²⁾ gegebene Formel benutzt:

$$(3) \quad C = \frac{r^3}{4d} + \frac{r}{4\pi} \left[\log \frac{16\pi r(d+b)}{ed^2} + \frac{b}{d} \log \frac{b+d}{b} + 2 \right].$$

Der nach (3) berechnete Werth von C darf jedoch nicht direct für die Capacität Q in die Gleichung (1), resp. (2) eingesetzt werden, denn letzteres bezeichnet nicht die Capacität der Platten allein, sondern die Capacität der Platten und des Stückes HKL der Zuleitungsdrähte (Fig. 21). Dass nur dieses Stück in Betracht kommt, ist aus der Figur leicht zu erkennen. Die eine Platte des Condensators, das Galvano-

1) K. R. Koch, Wied. Ann. 18. p. 511. 1883.

2) Kirchhoff, Monatsber. d. Berl. Acad. 1877. p. 144.

meter und die Leitung DH sind dauernd mit A verbunden, also mit diesem Punkte auf gleichem Potential, ebenso ist die Leitung BL dauernd mit B verbunden. Bei der Ladung des Condensators ist der Unterbrecher bei L geschlossen, der bei H unterbrochen. Es wird also das Stück LKH auf das Potential von B kommen, bei der Entladung aber ist L unterbrochen und H geschlossen, das Stück sich also mit entladen. Um dies in Rechnung ziehen zu können, stellen wir zunächst einen Versuch an, bei welchem die Ladung des Condensators mitsammt der der Zuleitungsdrähte durch das Galvanometer fließt, dies liefert die schon angegebene Gleichung:

$$(1) \quad \frac{n \cdot Q \cdot W \cdot i}{v^3} = \frac{w \cdot i}{R + w}.$$

Sodann entfernen wir die Condensatorplatten und suchen denjenigen Widerstand w_0 , von dem der constante Strom für die zweite Galvanometerrolle abgezweigt werden muss, damit wieder die Nadel des Galvanometers in Ruhe bleibt, wenn gleichzeitig durch die erste Rolle die Entladungen der Zuleitungsdrähte geschickt werden, wir stellen also genau denselben Versuch, aber ohne die Platten an. Bezeichnen wir die Capacität der Zuleitungsdrähte mit C_0 , so erhalten wir, der Gl. (1) entsprechend:

$$(1_a) \quad \frac{n \cdot C_0 \cdot W \cdot i}{v^3} = \frac{w_0 \cdot i}{R + w_0}.$$

Aus beiden folgt:

$$(1_b) \quad \frac{Q}{C_0} = \frac{C + C_0}{C_0} = \frac{w \cdot R + w_0}{w_0 \cdot R + w}.$$

Bezeichnen wir den Werth dieses Quotienten mit ε , so ergibt sich leicht:

$$(1_c) \quad \frac{Q}{C} = \frac{C + C_0}{C_0} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1},$$

und setzen wir hierfür zur Abkürzung α , so haben wir:

$$(1_d) \quad Q = \alpha \cdot C.$$

Der Werth von Q in Gl. (1) besteht also aus zwei Factoren, von denen der eine, C , nach der unter (3) gegebenen Formel aus den Dimensionen der Platten zu berechnen ist, der zweite, α , durch den Versuch gefunden wird, und bei-

läufig bei meinen Apparaten je nach der Dicke der zwischen die Stahlplatten gelegten Glasstücke zwischen 1,038 und 1,156 lag. Die genaueren Angaben finden sich später in den Tabellen.

Die Isolation der die Condensatorplatten tragenden Hartgummistützen erwies sich bei vielfachen Prüfungen mit dem Goldblattelektroskop stets als eine sehr gute, wohingegen die Glasplättchen das Electroskop ohne Ausnahme fast momentan entluden. Dieselben wurden deshalb vor dem Gebrauch in der von Hrn. Seidel¹⁾ angegebenen Weise behandelt, sie wurden zehn Minuten lang in Wasser gelegt und dann mit reinem Fliesspapier abgetrocknet. Nach diesem Abwaschen isolirten sie ausgezeichnet und behielten diese Eigenschaft selbst bei sehr feuchtem Wetter sechs bis acht Tage lang. Ich habe vor jedem Versuche die Glasstücke mit dem Goldblattelektroskop untersucht, und wenn die Isolation nicht mehr ganz vollkommen war, immer wieder wie oben angegeben abgewaschen. Dies Verfahren hat sich jedesmal auf das Beste bewährt. Alle Zuleitungsdrähte waren an Siegellackstangen befestigt, die an die Zimmerwände etc. angekittet waren.

3. Das Galvanometer.

Dasselbe war G. Wiedemann'scher Construction. Der Ringmagnet war durch einen Hauy'schen Stab derart astasirt, dass seine Schwingungsdauer etwa 14 Sec. betrug, und er durch den Kupferdämpfer nahe aperiodisch gedämpft wurde.

Von den Rollen war die erste, durch welche die Entladungen des Condensators geschickt werden sollten, aus 0,1 mm starkem Kupferdrahte gewickelt und hatte 11000 Windungen. Die zweite Rolle, durch welche die Abzweigung des constanten Stromes ging (cf. p. 562), hatte 10000 Windungen aus 0,2 mm starkem Neusilberdraht. Letzterer war um deswillen gewählt, weil der Widerstand dieser Rolle R in das Endresultat Gl. (2) eingeht, und weil bei Kupfer der grosse Temperaturcoefficient leicht die Genauigkeit der Widerstands-

1) E. Warburg u. P. Ihmori, Wied. Ann. 27. p. 488. 1886.

bestimmung beeinträchtigen kann, denn wenn man nicht über einen Raum von constanter Temperatur verfügt, lässt sich, glaube ich, die Temperatur solcher Rollen, selbst wenn man das Galvanometer, wie ich dies bei dem meinigen gethan habe, nochmals mit einem Kasten überdeckt, kaum genauer als auf 0,5 bis 1° C. angeben. Die Drähte waren doppelt mit weisser Seide umspinnen, und bei der Wickelung durch eine breite Lösung von Paraffin in Terpentinöl gezogen, die Holzrollen waren vor der Bewickelung mit einem ziemlich dicken Paraffinüberzuge versehen.

Um die Wirkung der beiden Rollen auf den Magnet abzugleichen, wurde die mit der kleineren Anzahl von Windungen so nahe als möglich an den Magnet herangeschoben, die beiden Rollen hinter einander in den Stromkreis eines Daniell'schen Elementes eingeschaltet und nun die Stellung der kräftiger wirkenden durch Verschieben mittelst einer Mikrometerschraube solange geändert, bis der Magnet keine Ablenkung mehr anzeigte. Die Abgleichung liess sich auf diese Weise recht bequem und mit grosser Genauigkeit ausführen, sodass bei 4,5 m Scalenabstand der Magnet seine Ruhelage bis auf 0,1 Scalentheile beibehielt, während er unter der Einwirkung nur einer Rolle um mehrere Tausend Scalentheile abgelenkt sein würde. Die Einstellung wurde vor und nach jedem Versuche controlirt.

Bei dieser Abgleichung floss durch beide Rollen ein constanter Strom, und zwar von verhältnissmässig geringer Intensität, während bei den Beobachtungen selbst durch die eine Rolle wieder ein constanter Strom ging, durch die andere hingegen die Condensatorentladungen erfolgten. Letztere verlangen aber eine weit sorgfältigere Isolation der Drahtwindungen voneinander, und es war deshalb denkbar, dass zwei nebeneinander liegende Windungen, die für den verhältnissmässig schwachen constanten Strom genügend von einander isolirt waren, für die Condensatorentladungen dies nicht mehr waren. In dem Falle würden aber die Rollen nicht mehr als abgeglichen gelten können. Um dieses zu untersuchen, glich ich zuerst die Rollen durch den constanten Strom ab und schickte dann statt desselben die Condensatorentladungen

hindurch. In der That blieb der Magnet nicht in seiner Ruhelage. Bei näherer Untersuchung zeigte es sich allerdings, dass der Fehler an der Neusilberrolle lag, also vielleicht ohne Einfluss gewesen wäre, da durch diese ja bei den Versuchen der constante Strom ging, doch habe ich mich dabei nicht beruhigt, und gelang es mir auch, durch allmähliges Abwickeln und Wiederholung derselben Probe die defecte Stelle zu finden. An derselben waren zwei Drahtenden zusammengewickelt, und das Ende des einen konnte beim Durchlaufenlassen durch die Hand als ganz feine Spitze gefühlt werden, die sich nun wahrscheinlich in die Umspinnung des daneben liegenden Drahtes eingebohrt hatte. Nach sorgfältiger Umwicklung der Stelle zeigten sich die Rollen, wenn mit constantem Strom abgeglichen, auch für die Condensatorentladungen gleich. Ich habe im Laufe der Versuche die obige Probe mehrmals wiederholt.

Der Widerstand R der aus Neusilberdraht gewickelten Rolle wurde dreimal mit Hülfe der Wheatstone'schen Brücke bestimmt. Zwei Zweige derselben waren gebildet von den beiden Seiten eines Siemens'schen Widerstandskastens 1—50, resp. 100—5000 S.-E., und wurden bei jeder Bestimmung drei verschiedene Verhältnisse der Zweige benutzt. Ein zweiter Widerstandskasten von 1—5000 S.-E. und die in Frage kommende Galvanometerrolle R bildeten die beiden anderen Zweige. Sollte eine Widerstandsmessung ausgeführt werden, so wurden schon am Tage vorher die Widerstände in dem betreffenden Zimmer aufgestellt, um bei der Temperaturbestimmung möglichst sicher zu gehen. Es wurde gefunden:

den 8. Mai 1886 $R = 33038,4$ bei 14° C.

den 27. Mai 1886 $R = 33029,0$ bei $17,9$

den 30. August 1886 $R = 33027,5$ bei $20,6$

Von diesen unabhängige Messungen im April zwischen 7 und 9° C. und im August zwischen 19 und 22° C. wurden dazu benutzt, den Temperaturcoefficienten zu berechnen. Unter der Annahme, dass der des Siemens'schen Kastens $0,0004$ sei, wurde für die Rolle gefunden $\alpha = 0,00035$. Mit

Benutzung desselben ergeben die obigen Messungen für den Widerstand der Galvanometerrolle bei 20° C.:

33028,5, 33025,5, 33028,4, Mittel: 33027,5 S.-E.

Die benutzten Widerstandskasten waren calibriert, und alle Messungen sind zurückgeführt auf die S.-E. Nr. 3619 (sogenannte Normale, welche zum Einsetzen in ein Flüssigkeitsbad eingerichtet ist), welche auch meiner Ohmbestimmung zu Grunde liegt.

4. Der Stimmgabelunterbrecher.

Zum Laden und Entladen des Condensators wurde dieselbe Einrichtung benutzt, deren sich Hr. Klemenčič bedient hat. Eine Platinspitze an dem oberen Schenkel der electromagnetisch getriebenen Stimmgabel vermittelt durch Eintauchen in Quecksilber die Ladung, eine zweite am unteren Schenkel durch Eintauchen in ein zweites Quecksilbernäpfchen darauf die Entladung. Die Platindrähte waren jeder an das Ende einer 4 cm langen Siegellackstange angeschmolzen, deren anderes Ende an der Stimmgabel befestigt war. Die Quecksilbernäpfchen aus Glas waren ebenfalls auf 4 cm langen Siegellackstangen befestigt, und diese auf die Köpfe von Schrauben gekittet, durch welche die richtige Stellung der Platinspitzen gegenüber dem Quecksilber regulirt werden konnte. Die Stimmgabel war an Krampen befestigt, die in die Wand eingegypst waren, das Brett, durch welches die Quecksilbernäpfe tragenden Schrauben hindurchgingen, war von der Stimmgabel vollständig getrennt und an einer Fensterbank festgeschraubt, sodass die Quecksilberoberfläche, wenn die Spitzen nicht eintauchten, durch die Schwingungen der Gabel kaum sichtbar erschüttert wurden. Ausser der Unterbrechungsvorrichtung für den die Stimmgabel treibenden Strom war noch eine zweite angebracht, durch welche ein intermittirender Strom in die Electromagnete eines physischen Rades geschickt wurde. An der Axe dieses war ein Zählwerk befestigt, und aus der hiermit beobachteten Anzahl der Umdrehungen des Rades konnte die Schwingungszahl der Stimmgabel bestimmt werden. An dem Zählwerk konnte

man $\frac{1}{60}$ Umdrehung ablesen, gezählt wurden mindestens 8–900 Umdrehungen.

Ein besonderer Vorzug dieses Verfahrens scheint mir zu sein, dass die Schwingungszahl der Gabel bestimmt wird, gerade während dieselbe als Unterbrecher functionirt, nicht etwa vorher oder nachher, denn ganz abgesehen von dem Temperatureinflusse, habe ich gefunden, dass eine electromagnetisch getriebene Stimmgabel, wenn man sie anhält und später wieder in Gang setzt, in den Schwingungszahlen Differenzen ergibt, die bis 0,1 Proc. betragen können. Es erklärt sich dies wohl aus der Aenderung der Stromstärke, resp. der Contactdauer der Unterbrechungsvorrichtung.

Der Stimmgabelunterbrecher functionirte ausserordentlich gut.¹⁾ Derselbe hat nicht ein einziges mal bei allen meinen Versuchen versagt. Lord Rayleigh²⁾ hat angegeben, dass er dieselben Vorrichtungen zu demselben Zwecke zu benutzen versucht hat, jedoch keine zuverlässigen Resultate erlangt hat.

Ich habe bei meinem Bemühen, diesen Widerspruch womöglich aufzuklären, und bei den eigens zu diesem Zwecke angestellten besonderen Versuchen nur zwei Umstände auffinden können, welche ein unregelmässiges Arbeiten des Apparates veranlassen können, doch muss ich bemerken, dass, wenn ich dieselben hier anführe, ich damit durchaus nicht die Vermuthung aussprechen will, es hätten diese Verhältnisse bei Lord Rayleigh's Versuchen eine Rolle gespielt. Die Ablenkung des Galvanometers durch die Condensatorentladungen kann unregelmässig werden, habe ich gefunden: 1) wenn die Quecksilbernäpfchen so angebracht sind, dass das Quecksilber durch die Schwingungen der Gabel in stärkere Vibration oder Rotation versetzt wird, und 2) wenn man die Schenkel der Stimmgabel gegen einander verstimmt etwa dadurch, dass man den einen mehr belastet, als den anderen. Im letzteren Falle gelingt es auch meist nicht, das phonische Rad dauernd in Rotation zu erhalten.

1) Cf. über die Brauchbarkeit des Stimmgabelunterbrechers auch eine inzwischen erschienene Abhandlung des Hrn. Klemenčič „Ueber die Dämpfung electrischer Oscillationen“ Rep. der Physik 1886.

2) Rayleigh, Phil. Mag. 1886.

5. Die Widerstände.

Die Widerstände W (p. 562) bestanden aus bifilar gewickelten Rollen von Neusilberdraht, dessen Enden an kurze dicke Kupferdrähte gelöthet waren, welche in gläserne Quecksilbernäpfchen tauchten.

Die Verbindung mehrerer geschah durch übergelegte Kupferbügel. Die Drahtrollen waren dauernd in mit Kaiseröl gefüllte Steingutgefäße eingetaucht, einmal, um eine sichere Temperaturbestimmung zu ermöglichen, dann aber auch, um jede Ableitung nach der Erde zu vermeiden. Die Gefäße standen auf einem Sandsteinconsol. Der Widerstand der einzelnen Rollen betrug 0,25 — 20000 S.-E., in Summa nahe 111 000 S.-E. Um bei der Bestimmung von w Aenderungen unter 0,25 S.-E. ausführen zu können, war zu diesen Widerständen nach 1 S.-E. (zum Einsenken in ein Flüssigkeitsbad eingerichtet) geschaltet mit einem Widerstandskasten von 1 — 5000 S.-E. im Nebenschluss. Die Widerstände W und w wurden nach jedem Versuche wieder mit der oben angegebenen Wheatstone'schen Brückencombination gemessen. Bei wiederholter Calibrirung der Siemens'schen Kasten, die nach den Angaben des Hrn. Dorn mit Berücksichtigung des Widerstandes der Zuleitungsdrähte geschah, erhielt ich anfangs Resultate, die durchaus nicht die erwartete Uebereinstimmung hatten, es zeigte sich dies später daher rührend, dass die Temperaturcoefficienten der einzelnen Widerstände eines Kastens durchaus nicht immer dieselben sind. Man kann deshalb mit solchen Kasten nur dann die äusserste Genauigkeit erreichen, wenn man stets nahe bei ein und derselben Temperatur, am besten dann natürlich nahe bei 20° C., beobachtet. Ich habe alle definitiven Beobachtungen von Mitte Juni bis Ende August ausgeführt und nur an solchen Tagen beobachtet, an denen die Temperatur während der Dauer der Versuche zwischen 18 und 22,5° C. lag.

Wie schon erwähnt, sind alle Widerstandsmessungen zurückgeführt auf die S.-E. Nr. 3619. Bei meiner Ohmbestimmung habe ich für dieselbe gefunden: 1 Ohm gleich

1) Dorn, Wied. Ann. 22. p. 558. 1884.

1,0601 S.-E., und ich habe diese Zahl für die Reduction meiner Messungen auf Ohm benutzt.

Eine wichtige Frage war: Erwärmt sich der Widerstand W merklich, wenn die benutzte Batterie durch ihn geschlossen wird. Um dies zu entscheiden, wurde der Widerstand mit der Wheatstone'schen Brücke bestimmt, dann durch ihn der Strom von 90 Elementen (dies die grösste bei meinen Versuchen zur Anwendung gekommene Zahl) eine halbe Stunde lang ununterbrochen hindurchgeleitet und unmittelbar darauf die Widerstandsmessung wiederholt. Es bedurfte, um von der einen Operation zur anderen überzugehen, nur des Umlegens eines Commutators. Der zweimal wiederholte Versuch hat nie eine Aenderung des Widerstandes erkennen lassen, welche $\frac{1}{5000}$ des Gesamtwertes erreicht hätte.

Ich habe deshalb nicht geglaubt, diesen Punkt weiter berücksichtigen zu sollen, und das um so weniger, als bei den eigentlichen Beobachtungen der Strom stets nur sehr kurze Zeit geschlossen war.

6. Die Batterie.

Die Batterie bestand nach Bedarf aus 28—90 Bunsen'schen Chromsäureelementen. Die Zahl wurde bei jedem Versuche so gewählt, dass, wenn die Condensatorentladungen allein durch die dafür bestimmte Galvanometerrolle geschickt wurden, die Nadel bei 4,5 m Scalenabstand eine doppelseitige Ablenkung von mehr als 1000 Scalentheilen erfuhr. Die Elemente waren nach Art einer Tassen- oder Becherbatterie angeordnet, in jedes Glas war ein Zink und eine Kohle eingetaucht und die Kohle der ersten Zelle mit dem Zink der folgenden verbunden, sonst aber waren die Platten gar nicht, also nicht etwa an gemeinsamen Stativen befestigt. Es hat dies das Unbequeme, dass das Zusammensetzen und Auseinandernehmen der Batterie ziemlich zeitraubend ist, doch erwies es sich für die Isolation der Elemente als durchaus nothwendig. Die Elementengläser waren am oberen Rande mit einem ca. 5 cm breiten Paraffinanstriche versehen und standen auf einem Tische, der dick mit Asphaltlack angestrichen war, und auf den mit Paraffin angestrichene Papier-

bogen gelegt waren. Dieses Verfahren erwies sich als recht praktisch, denn wenn die Isolation irgend gelitten hatte, genügte es, die Papierbogen durch neue zu ersetzen. Um die Isolation zu prüfen, wurde der eine Pol der Kette isolirt, der andere mit dem einen Ende der Galvanometerleitung verbunden, und es wurde nur dann mit der Batterie beobachtet, wenn das Galvanometer keine dauernde Ablenkung zeigte. Auch noch auf andere Weise ergab sich mangelnde Isolation zu erkennen, und zwar ist dies die Erscheinung, die mich überhaupt erst dazu veranlasste, auf eine isolirte Aufstellung der Batterie zu achten. In die Leitung der durch den Widerstand W geschlossenen Batterie war ein Commutator (Hauptcommutator) S eingeschaltet. Ebenso befand sich ein Commutator S_1 in der Leitung, durch welche die Condensatorentladungen zum Galvanometer geführt wurden, und ein dritter S_2 in der Leitung, welche man vom Widerstande w abzweigend zur zweiten Galvanometerrolle führte.

Ich erhielt nun am Galvanometer verschiedene Ausschläge, je nachdem ich entweder den Hauptcommutator oder die beiden anderen umlegte, sodass wenn die Einstellung auf Null im ersten Falle erreicht war, im zweiten sich wieder ein Ausschlag ergab. Dies fiel vollständig fort, nachdem in der oben beschriebenen Weise für die Isolirung der Batterie gesorgt war. Die Stromwender bestanden aus einer Paraffinplatte, in welcher Bohrungen zur Aufnahme des Quecksilbers waren, und aus den nöthigen Kupferbügeln, die an Siegellackstangen passend befestigt waren.

7. Die Versuche.

Bei jedem Versuche wurden zuerst die Stahlplatten des Condensators gereinigt (meist nur durch Abwischen mit einem weichen Leder, von Zeit zu Zeit auch unter Zuhülfenahme von Aether) und die dazwischen zu legenden Glasstückchen in der oben (p. 567) angegebenen Weise auf ihre Isolation geprüft, dann wurden die Rollen des Differentialgalvanometers abgeglichen und die Batterie zusammengesetzt und geprüft, ob sie genügend isolirt war. Hierauf wurde der Stimmgabelunterbrecher, nachdem das Quecksilber in den Näpfchen

durch Filtriren gereinigt war, in Gang gesetzt, und wurden vorläufig die Widerstände w und w_0 gesucht, das sind diejenigen, von deren Enden zur zweiten Galvanometerrolle abgezweigt werden muss, damit die durch die erste Rolle geschickten Entladungen compensirt werden, bei w von Condensator und Zuleitung, bei w_0 von letzterer allein. Nun erst begann die eigentliche Beobachtung.

Auf einen bestimmten Secundenschlag wurde das Zählwerk am phonischen Rade eingeschaltet, dann beide Leitungen zum Galvanometer geschlossen und hierauf durch den Hauptcommutator der Strom geschlossen, der Strom commutirt und wieder commutirt. Dann der Strom unterbrochen, und nachdem die beiden Stromwender in den Leitungen zum Galvanometer umgelegt waren, wieder geschlossen und zweimal commutirt. Hierauf, nachdem der Strom wieder unterbrochen, die beiden Stromwender umgelegt und die erste Beobachtung wiederholt. Darauf wurde der Condensator ausgeschaltet und genau in derselben Weise w_0 bestimmt, dann wieder eingeschaltet und die erste Bestimmung von w controlirt. Es wurde bei keinem Versuche eine messbare Aenderung des w gefunden. Bei einem bestimmten Secundenschlage wurde das Zählwerk wieder angehalten, und nachdem die Temperaturen der Widerstände abgelesen waren, sofort zur Bestimmung derselben mittelst der Wheatstone'schen Brücke geschritten. Diese letztere Beobachtung nicht mitgerechnet, betrug die Dauer eines Versuches zehn bis höchstens fünfzehn Minuten.

Bei der Anordnung der einzelnen Versuche bin ich vor allem darauf bedacht gewesen, die folgenden beiden für die ganze Untersuchung fundamentalen Fragen zu entscheiden, nämlich: 1) Stellt die Kirchhoff'sche Formel mit genügender Annäherung die Capacität des benutzten Condensators dar? 2) Findet bei dem Stimmgabelunterbrecher bei jeder Schwingung eine vollständige Entladung des Condensators statt? Beide Fragen kann ich, wie dies schon früher auch von Hrn. Klemenčič geschehen ist, bejahend beantworten. Um den ersten Punkt zu untersuchen, wurde der Condensator bei verschiedenen Abständen der Platten von 0,2—0,9 cm benutzt. Die Correction, welche der Kirch-

hoff'schen Formel entsprechend anzubringen ist (der Werth des zweiten Gliedes von Formel (3) p. 565), beträgt 3 bis 11 Proc. der jedesmaligen Capacität, die für v erhaltenen Werthe sind aber dieselben.

Vielleicht könnte man aus den Resultaten eine ganz geringe Abweichung nach der Richtung hin herauslesen, dass für die kleineren Plattenabstände die berechnete Capacität etwas zu klein ausfiel, besonders wenn man bedenkt, dass Differenzen in den Werthen von v auf doppelt so grosse in denen für die Capacität schliessen lassen, doch ist hierbei zweierlei zu bedenken. Einmal sind die Bestimmungen bei kleinem Abstände, wie schon von anderen Beobachtern mehrfach hervorgehoben ist, dadurch weniger sicher, dass kleine, selbst bei der grössten Vorsicht nicht zu vermeidende Staubeilchen störend wirken können, dann aber kann auch der Umstand zu einer Differenz Veranlassung geben, dass die als eben angenommenen Begrenzungsflächen solcher Platten streng genommen nie vollkommen eben sind. Diese stets vorhandenen Unebenheiten, unter Umständen auch Durchbiegungen der Platten werden aber bei kleiner Plattendistanz einen viel bedeutenderen Einfluss auf die Capacität haben, als bei grösseren. Eine genaue Untersuchung meiner Platten durch Verschiebung einer sehr empfindlichen Libelle ergab in dieser Beziehung, dass eine Durchbiegung, wie bei der beträchtlichen Dicke von 1,7 cm zu erwarten, nicht stattfand, und weiter, dass die eine der beiden Platten mit ausserordentlich grosser Annäherung auf der einen Seite eine Ebene bildete. Dagegen ergab sich bei der zweiten, dass dieselbe auf der zu benutzenden Seite (die Kehrseite war nicht mit jener äussersten Sorgfalt polirt) nahe der Mitte ganz schwach concav war.

In der That lassen die Resultate dies auch erkennen oder richtiger ist umgekehrt hiermit die Erklärung der später mitzutheilenden Resultate gefunden, denn ich bin durch die letzteren erst veranlasst worden, die Untersuchung mit der Libelle auszuführen. Ich hatte bei den Versuchen, um zu sehen, ob eine Durchbiegung der Platten stattfände, die Glasplättchen immer auf drei verschiedene Arten zwischen

die Condensatorplatten gelegt, nämlich so, dass sie auf einem Kreise vom Radius $\rho = 20$ cm oder $\rho = 10$ cm oder $\rho = 3$ cm lagen. Bei Benutzung der dickeren Glasplättchen nun gaben alle drei Stellungen die gleichen Werthe für v , dagegen zeigen die Resultate bei der kleinsten Plattendistanz ganz deutlich, vielleicht auch noch die mit $\delta = 0,3478$, dass v für $\rho = 10$ cm und $\rho = 3$ cm kleiner gefunden wurde, als für $\rho = 20$ cm. Wie schon erwähnt, lässt sich dies durch die constatirte Concavität der Platte erklären, denn für $\rho = 10$ cm und $\rho = 3$ cm liegen die Glasplättchen in der Höhlung, und die Capacität des Condensators ist also in Wirklichkeit grösser, als die in der Formel für v (p. 562) benutzte und unter der Voraussetzung ebener Platten berechnete. Bei $\rho = 20$ cm liegen die Verhältnisse natürlich umgekehrt. Wie aus den unten folgenden Tabellen zu ersehen, sind indessen die Abweichungen so gering, dass man unbedenklich das Mittel aus allen Beobachtungen nehmen darf.

Um zu entscheiden, ob auch bei jeder Schwingung der Stimmgabel eine vollständige Ladung und Entladung des Condensators stattfand, wurde die Schwingungszahl der Gabel durch Belastung der Zinken mit passenden Gewichten innerhalb sehr weiter Grenzen variirt, sodass die Anzahl der Ladungen, resp. Entladungen in der Secunde 44 bis 89 betrug. Bei allen wurde für v derselbe Werth gefunden.

Bei der Wickelung der Galvanometerrollen hatte ich den Draht doppelt auflaufen lassen und für die Versuche dann die beiden Lagen jeder Rolle für sich hintereinander verbunden. Da bei der benutzten Versuchsanordnung die Gleichheit der beiden Rollen des Differentialgalvanometers eine grosse Rolle spielt, wünschte ich auch hierin eine Abänderung vorzunehmen, und während bei allen anderen Versuchen stets alle Windungen des Galvanometers benutzt wurden, habe ich bei zwei Beobachtungen von jeder Galvanometerrolle nur eine Lage benutzt. Die Versuche, je einer in den beiden ersten Tabellen, sind dadurch erkenntlich, dass unter der Rubrik für den Galvanometerwiderstand 14925, resp. 14924 steht. Da es einerseits nicht möglich war, mehr als zwei, höchstens drei Bestimmungen hinterein-

Mittel	30,044
--------	--------

$$d = 0,4761. \quad C = 350,204.$$

φ	α	E	W	R	w	n	$v \cdot 10^{-9}$
20	1,0842	50	110 842	33027	86,04	59,511	30,118
20	1,0843	50	110 841	33027	86,06	59,521	30,115
20	1,0800	60	110 861	33027	86,10	59,500	30,084
20	1,0813	66	110 914	33057	67,58	46,678	30,108
20	1,0815	66	110 925	33056	66,17	45,597	30,076
20	1,0821	40	110 732	33003	117,35	81,000	30,083
20	1,0824	35	110 693	33000	117,26	81,040	30,098
10	1,0843	56	110 891	33030	101,16	69,499	30,068
10	1,0843	40	110 807	33026	127,37	87,542	30,076
20	1,0841	40	110 809	33031	127,44	87,523	30,063
3	1,0839	40	110 813	33032	127,48	87,606	30,077
20	1,0848	40	110 812	33033	127,43	87,525	30,076
Mittel							30,087

$$d = 0,6139. \quad C = 275,87.$$

φ	α	E	W	R	w	n	$v \cdot 10^{-9}$
20	1,1050	72	110 799	33004	102,33	87,549	30,084
10	1,1075	72	110 804	33004	102,32	87,548	30,077
3	1,1077	72	110 807	33007	102,29	87,557	30,082
20	1,1081	72	110 806	33007	102,35	87,563	30,085
20	1,1121	87	110 769	33004	71,875	61,305	30,078
20	1,1107	70	110 807	33007	102,66	87,614	30,085
Mittel							30,082

$$d = 0,9231. \quad C = 189,17.$$

φ	α	E	W	R	w	n	$v \cdot 10^{-9}$
20	1,1566	87	110 813	33010	73,182	87,546	30,087
10	1,1560	87	110 813	33011	73,112	87,468	30,080
3	1,1559	90	110 816	33013	73,214	87,603	30,081
20	1,1560	90	110 820	33014	73,070	87,529	30,105
Mittel							30,088

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der Mittelwerthe der einzelnen Versuchsreihen.

d	C	$v \cdot 10^{-9}$
0,2095	770,513	30,071
0,3478	472,320	30,044
0,4761	350,204	30,087
0,6139	275,870	30,082
0,9231	189,170	30,088

Als Mittel aus allen Versuchen ergibt sich somit:

$$v = 30,074 \cdot 10^9 \text{ cm/sec.}$$

Phys. Inst. der Univ. Freiburg i. B., Sept. 1886.

**IV. Ueber die Einwirkung des Magnets
auf electriche Entladungen in verdünnten Gasen;
von R. Lamprecht.**

1. Die Formen, welche electriche Entladungen in verdünnten Gasen unter dem Einflusse eines Magnets annehmen, werden in der Regel mit Bezugnahme auf das Biot-Savart'sche Gesetz beschrieben.

Plücker¹⁾ verglich die Gestalt des von der negativen Electrode ausgehenden Lichtes (Glimmlichtes) mit der Gleichgewichtslage eines vollkommen biegsamen, von einem electricen Strome durchflossenen Leiters, der von dem Magnet beeinflusst wird und, in einem Punkte festgehalten, übrigens entweder frei beweglich oder auf einer vorgeschriebenen Oberfläche zu bleiben gezwungen ist. Dagegen stellte er das positive Licht²⁾ in Parallele mit der Bewegung eines Stromelementes, welches von der Anode zur Kathode sich geradlinig zu bewegen strebt, dabei aber in jedem Augenblick von den magnetischen Kräften um die durch das Element gelegte magnetische Curve gedreht wird, sodass eine spiralförmige Bahn resultirt.

Hittorf³⁾ charakterisirte seine Beobachtungsergebnisse an stärker verdünnten Gasen folgendermassen: „der Glimmstrahl (die Kathodenstrahlen) verhält sich wie ein unendlich dünner, geradliniger, gewichtsloser, steifer Stromfaden, der blos an dem Ende, welches den negativen Querschnitt berührt, fest bleibt. Mit seinem anderen Ende und der ganzen biegsamen Länge folgt er den Kräften, welche zwischen seinen Theilchen und dem Magnete bestehen, ohne Rücksicht darauf, welche Lage er in Bezug auf die Anode gewinnt. Das positive Licht unterhält die Verbindung zwischen

1) Plücker, Pogg. Ann. 104. p. 622. 1858.

2) Plücker, Pogg. Ann. 107. p. 104. 1859. Vgl. ders. 113. p. 251. 1861.

3) Hittorf, Pogg. Ann. 136. p. 215. 1869. Vgl. auch die Darstellung in G. Wiedemann, Lehre von der Electricität. 4. A. §§ 723. 730. 1885.

den Glimmstrahlen in der jedesmaligen Lage, die sie einnehmen, und der Anode. Es erscheint daher als ein auf der ganzen Länge biegsamer Stromleiter, dessen Enden beide fest sind, und kann nur so weit den magnetischen Kräften folgen, als es diese Bedingung gestattet.“

Den ersten Theil der Hittorf'schen Darstellung hat E. Goldstein¹⁾ zur Zusammenfassung seiner erweiterten Versuche gleichfalls benutzt, aber nicht auf die Kathodenstrahlen allein bezogen, sondern auch auf jedes Büschel von secundärem negativen Lichte, sowie auf jede einzelne Schicht des positiven Lichtes, indem jeder solche Theil der Entladung sich ebenso wie Kathodenstrahlen verhielt, die von dem der Kathode zugewandten Ende jedes Gebildes ausgingen.

Andererseits beobachtete H. Hertz²⁾, dass die aus der Einwirkung der Entladung auf einen sehr kleinen und leicht beweglichen Magnet abgeleiteten Strömungscurven von der Bahn der Kathodenstrahlen wesentlich verschieden waren, und dass die Kathodenstrahlen einen ebensolchen Magnet nicht merklich ablenkten. Er schloss hieraus, dass die Kathodenstrahlen mit der Stromleitung direct nichts zu thun haben, und dass die Analogie zwischen der Ablenkung der Kathodenstrahlen durch den Magnet und der ponderomotorischen Einwirkung des Magnets auf Stromleiter eine ganz äusserliche sei.

Gleichwohl erscheint es nicht ganz überflüssig, unabhängig von der Frage nach dem causalen Zusammenhange zu untersuchen, inwieweit das Biot-Savart'sche Gesetz als mathematische Zusammenfassung der vom Magnet an den Theilen der Gasentladung bewirkten Formveränderungen gelten kann.

Stokes³⁾ und Riecke⁴⁾ haben die Gestalt eines biegsamen Leiters, an welchem sich mechanische Spannung und

1) E. Goldstein, Wied. Ann. 11. p. 850. 1880.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 806. 1883.

3) Stokes, Phil. Mag. (5) 2. p. 389. 1876.

4) Riecke, Wied. Ann. 23. p. 252. 1884.

ponderomotorische Magnetwirkung das Gleichgewicht halten, unter der Voraussetzung berechnet, dass das Magnetfeld gleichförmig ist. Dann wirkt auf alle Elemente des Leiters die gleiche Kraft senkrecht zur Curve, der Krümmungsradius ist constant, die Curve ein Kreis oder eine Schraubenlinie. Zu demselben Resultate ist Hr. Riecke¹⁾ auch gelangt bei der Berechnung der Bahn eines im homogenen Magnetfeld sich bewegendes electrischen Theilchens. Auch hat er gezeigt, dass beim ersteren Probleme die Spannung des Leiters, beim letzteren die Bahngeschwindigkeit längs der Curve ungeändert bleibt, und dass die Differentialgleichungen für beide Probleme, abgesehen von constanten Factoren, in einander übergehen, wenn man die genannten beiden Grössen vertauscht.

2. Den Fall eines an beiden Enden befestigten biegsamen Stromleiters oder der „electrodynamischen Kettenlinie“ nach der Bezeichnung des Hrn. Riecke habe ich in einem früheren Aufsatz²⁾ unter der allgemeineren Voraussetzung gelöst, dass die magnetischen Massen in einem einzigen punktförmigen Pole, der im Endlichen liegt, vereinigt seien. Eben-
dasselbst habe ich den Fall für zwei entgegengesetzte punktförmige Magnetpole bei äquatorialer Lage der Endpunkte des Leiters behandelt.

Im Folgenden soll die allgemeinste Voraussetzung zu Grunde gelegt werden.

Wiederum sei ein absolut biegsamer, schwerelosler Leiter, den ein Strom von der Intensität J durchfliesst, an beiden Enden befestigt. Er werde durch beliebig vertheilte magnetische Massen beeinflusst, deren Potentialfunction mit V bezeichnet sei. Dann gelten folgende Differentialgleichungen für die vom Faden gebildete Curve:

$$\frac{d}{ds} \left(T \frac{dx}{ds} \right) = AJ \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dy}{ds} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dz}{ds} \right\},$$

$$\frac{d}{ds} \left(T \frac{dy}{ds} \right) = AJ \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dz}{ds} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dx}{ds} \right\},$$

1) Riecke, Wied. Ann. 13. p. 194. 1881.

2) R. Lamprecht, Wied. Ann. 25. p. 71. 1885.

$$\frac{d}{ds} \left(T \frac{dx}{ds} \right) = AJ \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dx}{ds} - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dy}{ds} \right\}.$$

Indem man setzt:

$$\frac{d}{ds} \left(T \frac{dx}{ds} \right) = \frac{dT}{ds} \frac{dx}{ds} + T \frac{d^2x}{ds^2}, \text{ u. s. f.,}$$

sodann die Gleichungen der Reihe nach mit dx/ds , dy/ds , dz/ds multiplicirt und addirt, folgt:

$$\frac{dT}{ds} = 0, \quad T = \text{Const.}$$

Der stromleitende Faden besitzt also auch unter der Einwirkung beliebiger magnetischer Kräfte in allen seinen Punkten dieselbe Spannung. Dadurch erhalten die Differentialgleichungen die Form:

$$T \frac{d^2x}{ds^2} = AJ \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dy}{ds} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dz}{ds} \right\}$$

Hieraus lässt sich auch in dem vorliegenden allgemeinen Falle ein einfacher Ausdruck für den Krümmungsradius ρ der Curve ableiten. Mit Berücksichtigung der Relation:

$$\left(\frac{1}{\rho} \right)^2 = \left(\frac{d^2x}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2z}{ds^2} \right)^2$$

erhält man nämlich, wenn man die vorstehenden Gleichungen quadriert und addirt:

$$\frac{T^2}{\rho^2} = A^2 J^2 \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{dy}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 \right] + \dots + \dots \right. \\ \left. - 2 \cdot \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dy}{ds} \frac{dz}{ds} - \dots - \dots \right\},$$

was nach Hinzufügung der Glieder $\pm (\partial V / \partial x)^2 \cdot (dx/ds)^2$, $\pm (\partial V / \partial y)^2 \cdot (dy/ds)^2$, $\pm (\partial V / \partial z)^2 \cdot (dz/ds)^2$ in der Klammer sich folgendermassen zusammenziehen lässt:

$$\frac{T^2}{\rho^2} = A^2 J^2 \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 - \left[\frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{ds} \right]^2 \right\}.$$

Nun sind $-\partial V / \partial x$, $-\partial V / \partial y$, $-\partial V / \partial z$ nichts anderes, als die Componenten derjenigen Kraft, welche auf eine an der Stelle xyz vorhandene magnetische Masse 1 von Seiten

der thatsächlich wirksamen magnetischen Massen ausgeübt werden würde, und der Ausdruck:

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{ds}\right) = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

ist die Projection derselben Kraft auf die Tangente der Fadencurve. Bezeichnet man die in Rede stehende Kraft mit P und demgemäss mit (P, ds) den Winkel, den ihre Richtung mit der des Fadens bildet, das heisst mit anderen Worten den Winkel, unter welchem die Fadencurve an der betrachteten Stelle die zu der Stelle gehörige magnetische Kraftlinie schneidet, so erhält man:

$$\frac{T^2}{\varrho^2} = A^2 J^2 \{P^2 - P^2 \cos^2(P, ds)\}$$

oder:
$$\frac{T^2}{\varrho^2} = A^2 J^2 P^2 \sin^2(P, ds),$$

folglich:
$$\varrho = \frac{T}{AJ P \sin(P, ds)}.$$

Sollte nun der biegsame Stromleiter an irgend einer Stelle mit einer magnetischen Kraftlinie zusammenfallen, so würde daselbst $\sin(P, ds) = 0$ sein. Dann müsste entweder der Krümmungsradius ϱ unendlich lang werden oder die Spannung T verschwinden. Daher kann ein vollkommen biegsamer Leiter unter magnetischem Einflusse nur dann die Gestalt einer magnetischen Kraftlinie besitzen, wenn die Kraftlinie eine gerade Linie ist, und der Leiter durch die Befestigung an den Endpunkten straff gespannt worden ist, oder wenn er zufällig schon vor dem Auftreten der magnetischen Kräfte die Gestalt einer Kraftlinie spannungsfrei eingenommen hat. Im letzteren Falle ist das Gleichgewicht ein labiles; denn bei jeder Drehung eines Fadenelementes aus der Gleichgewichtslage erhält dasselbe einen Impuls, welcher senkrecht zur Kraftlinie gerichtet ist und das Element aus der Gleichgewichtslage weiter entfernt, da der Faden keine Spannung besitzt. Daher ist die Möglichkeit ausgeschlossen, dass die magnetischen Kräfte bei einem biegsamen Leiter die Gestalt einer Kraftlinie hervorbringen könnten, und die Kraftlinie als Gleichgewichtslage eines von

den magnetischen Massen beeinflussten biegsamen Stromleiters ist — mit der oben erwähnten Ausnahme — nicht realisirbar.

Dies widerspricht dem von Plücker¹⁾ aufgestellten Satze: „Wenn auf einen vollkommen biegsamen Leiter, durch welchen ein electricischer Strom geht, beliebige magnetische Kräfte wirken, so kann Gleichgewicht nur dann bestehen, wenn . . . der Leiter die Form einer magnetischen Curve annimmt.“

Wenigstens muss Plücker's Zusatz, „wenn seine kleinsten Theile nicht durch Cohäsion oder durch andere Kräfte zusammengehalten werden,“ dem Gesetze selbst eingefügt werden. Dann ist aber von einer stabilen Gleichgewichtslage überhaupt abzusehen.

Durch die Länge des Fadens, die Lage seiner befestigten Endpunkte und die oben aufgestellten Differentialgleichungen ist bei gegebener Vertheilung der magnetischen Massen die Gestalt des Fadens im allgemeinen völlig bestimmt. Bei dem im vorigen Aufsatze behandelten Beispiele, wo die magnetische Kraft von einem punktförmigen Pole herrührte, reducirte sich die Aufgabe auf die geometrische, vom Pole als Scheitel einen Rotationskegel ausgehen zu lassen, welcher auf seiner Oberfläche den Faden spannte. Diese Aufgabe wird bei einer gewissen Länge des Fadens mehrdeutig, da Kegel construierbar werden, welche der Faden mehr als einmal umschlingt. In den früheren Bezeichnungen lautet die Bedingung für den Eintritt der Mehrdeutigkeit, wenn man noch den Winkel der vom Pole nach den Befestigungspunkten des Fadens laufenden geraden Linien j nennt, folgendermassen:

$$\arccos \frac{r_0^2 + r_1^2 - l^2}{2r_0r_1} > 2\pi \sin \frac{j}{2}.$$

Hier liefert derjenige von den möglichen Kegeln, welcher die grösste Oeffnung hat, die einzige stabile Gleichgewichts-

1) Plücker, Pogg. Ann. 104. p. 623. 1858; 113. p. 251. 1861; 116. p. 45. 1862, wo Plücker den Widerspruch durch die Annahme recurrierter Ströme zu lösen sucht. Vgl. auch G. Wiedemann, Lehre von der Electricität. 4. A. § 730. 1885.

lage. Nur wenn der Pol mit den festen Endpunkten des Leiters in gerader Linie liegt, wird die Aufgabe völlig unbestimmt. In praxi rotirt dann der Leiter und wickelt sich auf den Auslader, in welchem er festgeklemmt ist.

Aus den obigen Gleichungen geht noch eine bemerkenswerthe Thatsache hervor. Ist irgend eine Gleichgewichtslage vorhanden, so wird dieselbe nicht geändert, wenn die Stromintensität J sich ändert, oder wenn sämtliche magnetische Massen in gleichem Verhältnisse verstärkt oder geschwächt werden. Nur die Spannung des Fadens ändert sich, und zwar in dem Verhältnisse, wie die Stromintensität oder die magnetische Kraft. Es versteht sich von selbst, dass bei der Ausführung des Versuches die Intensitäten gross genug bleiben müssen, dass das Gewicht des an beiden Enden eingeklemmten, vom Strome durchflossenen Goldblättchens oder Platindrahtes vernachlässigt werden kann.

Die Form der Gasentladungen ist nun aber von der Intensität des Stromes sowohl, als auch von derjenigen der einwirkenden magnetischen Kräfte abhängig; auch bildet bei noch stärkerer Verdünnung des Gases, als Hr. Hittorf sie in den oben erwähnten Versuchen anwandte, das positive Licht nicht die Verbindung des Endes der Kathodenstrahlen mit der Anode. Der Vergleich des magnetisch beeinflussten Anodenlichtes mit der electrodynamischen Kettenlinie erscheint daher nicht zutreffend. Indessen werden wir im Folgenden sehen, dass andere Voraussetzungen über die Entladung, wenn nur das Biot-Savart'sche Gesetz zu Grunde gelegt wird, zu ganz ähnlichen Resultaten führen.

3. Ein unendlich dünner, gewichtloser, steifer Stromfaden sei mit dem einen Ende an der Kathode befestigt. An der Befestigungsstelle möge er als Anfangsrichtung die Richtung der negativen Electrode haben, welche bis auf den äussersten Querschnitt von Glas umhüllt ist. Dann wird er von den magnetischen Kräften gebeugt, denen durch Biegselasticität das Gleichgewicht gehalten wird.

Bezeichnet bei dieser Anschauung w den Contingenzwinkel, welchen die vom Stromleiter gebildete Curve an irgend einer Stelle besitzt, so ist das Ende eines Curven-

elementes ds um die Strecke $w \cdot ds$ aus der Lage abgelenkt, welche es besitzen würde, wenn es die Richtung des vorhergehenden Curvelementes beibehalten hätte. In diese Lage strebt das Element zurück mit einer Kraft $\kappa w ds$ oder, da $w = ds/\rho$ ist, $\kappa ds^2/\rho$. Auf das Element wirkt nun nach dem Biot-Savart'schen Gesetze die Kraft $-AJPds \sin(P, ds)$ und übt das Drehungsmoment aus $-AJPds^2 \sin(P, ds)$. Dieses muss die erstere Kraft im Gleichgewichtszustande aufheben, mit ihr die Summe 0 ergeben:

$$\kappa \frac{ds^2}{\rho} = AJPds^2 \sin(P, ds).$$

Also kommt in diesem Falle:

$$\rho = \frac{\kappa}{AJP \sin(P, ds)}.$$

Der Factor κ müsste mit der Stromstärke, aber schneller als diese, wachsen; denn die Spiralen und Ringe der Kathodenstrahlen erweitern sich bei Verstärkung des Stromes. Dagegen ist κ als längs der Curve constant anzusehen. Ist κ bekannt, so ist die Gestalt der Curve bestimmt, da deren Anfangspunkt und Anfangsrichtung gegeben sind. Die Curve stimmt wesentlich überein mit den oben behandelten electrodynamischen Kettenlinien.

Dass die Curve mit einer magnetischen Kraftlinie zusammenfalle, ist auch hier nur möglich, wenn sie eine gerade Linie ist.

4. Es sei noch gestattet, die Bewegung eines electrischen Theilchens unter magnetischem Einflusse zum Vergleiche heranzuziehen.

Ist e ein electrisches Theilchen, welches mit der trägen Masse ϵ behaftet ist, und V wieder die Potentialfunction der vorhandenen magnetischen Massen, so gelten für die Bewegung des Theilchens die Differentialgleichungen:

$$\epsilon \frac{d^2 x}{dt^2} = Ae \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dz}{dt} - \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dy}{dt} \right\},$$

$$\epsilon \frac{d^2 y}{dt^2} = Ae \left\{ \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dx}{dt} - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dz}{dt} \right\},$$

$$\epsilon \frac{d^2 z}{dt^2} = Ae \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dy}{dt} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dx}{dt} \right\}.$$

Hr. Riecke¹⁾ hat davon folgendes Integral angegeben:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = \text{Const.}$$

Die Bahngeschwindigkeit ist also auf dem ganzen Wege unveränderlich. Wird sie mit σ bezeichnet, so gilt jetzt für den Krümmungsradius ϱ der Bahncurve:

$$\varrho = \frac{\sigma^2}{\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2}}.$$

Setzt man hierin die Werthe aus den Differentialgleichungen ein, so ergibt sich nach Ausführung einer schon oben benutzten Transformation:

$$\frac{\sigma^4}{\varrho^3} = \left(\frac{Ae}{\varepsilon}\right)^2 \cdot \left\{ \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 \right] \cdot \sigma^2 - \left[\frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} \right]^2 \right\},$$

und folglich:

$$\frac{\sigma^4}{\varrho^3} = \left(\frac{Ae}{\varepsilon}\right)^2 \cdot \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)^2 \right\} \cdot \sigma^2$$

oder:
$$\frac{\sigma^3}{\varrho^3} = \left(\frac{Ae}{\varepsilon}\right)^3 \cdot \{P^2 - P^2 \cos^2(P, ds)\},$$

also schliesslich:
$$\varrho = \frac{\varepsilon \sigma}{Ae P \sin(P, ds)}.$$

Für die Bewegung auf einer magnetischen Curve wäre $\sin(P, ds) = 0$, folglich $\sigma = 0$ oder $\varrho = \infty$; die Curve müsste also wieder eine gerade Linie sein. Dies ist ein Ausdruck des Trägheitsgesetzes, da auf ein electrisches Theilchen, welches längs einer Kraftlinie fortschreitet, keine Kraft wirkt.

Unter Annahme eines punktförmigen Magnetpoles ergibt die Rechnung, welche sich aus der des citirten früheren Aufsatzes leicht ableitet, als Bahnen der bewegten Theilchen wieder die kürzesten Linien auf Rotationskegeln, deren Scheitelpunkt im Pole liegt. Bezeichnen r_0 und r wieder die Radiivectores vom Pole nach dem Ausgangspunkte der Bewegung und nach dem bewegten Theilchen und (r_0, s_0) den Winkel, welchen der erstere Radiusvector mit derjenigen

1) E. Riecke, Wied. Ann. 13. p. 191. 1881.

Richtung bildet, in welcher die Theilchen die Kathode verlassen, so ist hier der Krümmungsradius:

$$\varrho = \frac{s \sigma r^3}{A e' M r_0 \sin(r_0, s_0)},$$

also an verschiedenen Punkten der Bahn dem Cubus des Abstandes vom Pole proportional.

5. Es ist nicht zu verkennen, dass die in den letzten beiden Abschnitten benutzten Voraussetzungen des steifen Stromfadens und des bewegten electricischen Theilchens in sich selbst Schwierigkeiten tragen. Einerseits ist die Bieungselasticität wesentlich von dem Querschnitte des gebogenen Stabes abhängig; andererseits würden bewegte electricische Theilchen (wie Voller bemerkt hat) nicht den magnetischen, sondern den electrostatischen Einwirkungen folgen müssen. Gegen die Convectionstheorie der Gasentladungen sind ausserdem gewichtige Bedenken von den Herren E. Wiedemann und Goldstein aus mannigfachen Beobachtungen gezogen worden. Das Vorstehende zeigt aber, dass die Annahme des Biot-Savart'schen Gesetzes für den einen oder anderen Theil der Gasentladungen, gleichgültig welche Vorstellung man sonst von dem Vorgange sich bilden mag, zu dem Resultate führt:

Der Krümmungsradius der magnetisch beeinflussten Entladung ist an irgend einer Stelle indirect proportional der daselbst vorhandenen Intensität der magnetischen Kraft und dem Sinus des daselbst von der Curve und den magnetischen Curven gebildeten Winkels.

Die Berechtigung, das Biot-Savart'sche Gesetz wenigstens auf die Kathodenstrahlen anzuwenden, scheint mir hervorzugehen aus der guten Uebereinstimmung, welche zwischen der für den Specialfall eines Magnetpoles berechneten Curvenform und denjenigen Erscheinungen besteht, die Hr. Hittorf¹⁾ in § 53 der mehrfach citirten Abhandlung beschrieben und ebendasselbst Taf. II, Fig. 10—12 abgebildet hat. Die Beobachtung, dass die Kathodenstrahlen

1) Hittorf, Pogg. Ann. 136. p. 215. 1869.

hierbei nicht immer (wie sonst) beim Auftreffen auf eine feste Wand begrenzt zu werden scheinen, sondern sich rückwärts bis zur gegenüberstehenden Wand des Gefäßes winden¹⁾, steht im Einklange mit den geometrischen Eigenschaften der berechneten Curve; denn die kürzesten Linien auf einem Rotationskegel nähern sich von jeder Stelle aus, wo sie die Kegelkanten (hier die magnetischen Curven) unter spitzem Winkel schneiden, dem Scheitel des Kegels in immer enger werdenden Windungen und entfernen sich dann wieder vom Pole, indem die Spiralen sich wieder erweitern.

Bei diesen Versuchen wird der Kegel selbst sichtbar, beschrieben jedenfalls von solchen Kathodenstrahlen, welche die Kathode nicht genau senkrecht zu ihrer Endfläche verlassen, sowie von secundären Kathodenstrahlen²⁾, welche von der durch den Magnet abgeleiteten Stelle der Glaswand ausgehen und gleichfalls magnetisch beeinflusst werden.

6. Die Theorie der Gasentladungen, welche Hr. E. Wiedemann gegeben hat, führt die positive Entladung auf longitudinale Wellen, die Kathodenstrahlen auf transversale Aetherschwingungen zurück, und dementsprechend hat Hr. Hertz³⁾ die Beugung der Kathodenstrahlen durch den Magnet als Analogon zur magnetischen Drehung der Polarisationssebene des Lichtes hingestellt. Bei letzterer wird aber eine Bewegung, welche zweifellos in einer zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtstrahles senkrechten Ebene stattfindet, so beeinflusst, dass eine für sie charakteristische Ebene um die Fortpflanzungsrichtung als Axe gedreht wird, während bei den Kathodenstrahlen die Fortpflanzungsrichtung selbst durch den Magnet eine Ablenkung erfährt. Ferner ist nach Verdet's Untersuchungen der Winkel, um welchen die Polarisationssebene gedreht wird, proportional der magnetischen Kraft und proportional dem Cosinus des Winkels zwischen der Richtung des Lichtstrahles und der axialen Richtung der magnetischen Wirkung; dagegen ist die Ablenkung der

1) Hittorf, l. c. p. 217 oben.

2) G. Wiedemann, *Lehre von der Electricität*. 4. A. § 724. 1885.

3) Hertz, *Wied. Ann.* 19. p. 782. 1883.

Kathodenstrahlen (der Contingenzwinkel) nach dem Vorstehenden proportional der magnetischen Kraft und proportional dem Sinus des von der Richtung der Kathodenstrahlen und derjenigen der magnetischen Kraft gebildeten Winkels.

Geht also durch eine Stelle *A* eines magnetischen Feldes eine Richtungslinie *AB*, und bezeichnet *AC* die Richtung der durch *A* gehenden magnetischen Kraftlinie, so kann man die magnetische Kraft in der durch *ABC* gelegten Ebene in zwei Componenten nach *AB* und nach einer auf *AB* senkrechten Richtung zerlegen und kann die erstere Componente als die Ursache für die Drehung der Polarisationsebene der in der Richtung *AB* sich fortpflanzenden polarisirten Lichtstrahlen, die letztere als die Ursache für die Ablenkung der in der Richtung *AB* verlaufenden Kathodenstrahlen betrachten. Die erstere Componente steht senkrecht auf der Ebene, in welcher die Moleküle des Lichtäthers schwingen, und ändert innerhalb dieser Ebene die Schwingungsrichtung jener; die andere Componente steht senkrecht auf der Ebene, in welcher sie eine Aenderung der Richtung der Kathodenstrahlen herbeiführt.

Eine Analogie der Auffassung beider Erscheinungen würde sich demnach nur auf die Annahme gründen lassen, dass bei den Kathodenstrahlen eine longitudinale Bewegung erfolge, entsprechend derjenigen transversalen, auf welche die Verbreitung des Lichtes zurückgeführt wird.

Zittau, August 1886.

V. Die Vertheilung der electrischen Ladung in den Leitern; von A. Foeppel.

§ 1. Die Anwendung der Laplace-Poisson'schen Gleichung auf einen Punkt im Inneren eines Leiters führt bekanntlich zu dem Schlusse, dass sich die ganze freie Ladung an der Oberfläche ansammeln müsse. Bis zu einem gewissen Grade erscheint dies auch bestätigt durch die

zahlreichen Versuche, welche man in verschiedenen Modificationen über die Ladung von Hohlkörpern angestellt hat.

Andererseits erheben sich aber gewichtige Bedenken gegen diesen fundamentalen Lehrsatz der heutigen Electrostatik. In der That steht er in der ihm gewöhnlich gegebenen Form in directem Widerspruche mit der allgemein angenommenen Anschauung, dass den electricischen Phänomenen ein räumlich ausgedehntes Agens zu Grunde liege. Auf dem Boden dieser Anschauung kann man wohl zugeben, dass sich die electricische Ladung auf eine sehr dünne Schicht an der Oberfläche zusammen zu drängen vermöge; man muss es aber für undenkbar erklären, dass die Dicke dieser Schicht wirklich zu Null würde.

Zur Erklärung der Erscheinungen der electricischen Endosmose und der Diaphragmenströme war man gleichfalls genöthigt, der electricischen Schicht eine endliche Dicke zuzuschreiben. Hr. v. Helmholtz¹⁾, dem man die ausführliche Theorie dieser Erscheinungen verdankt, fasst hierbei nur die durch den Contact zweier electromotorisch differenter Körper hervorgebrachten Ladungen ins Auge und erblickt in der verschiedenen Anziehung der Körpersubstanzen auf die electricischen Fluida die für die Bildung der Doppelschicht massgebende Ursache.

Die Bildung der electricischen Schicht auf isolirten geladenen Leitern kann zwar durch eine ähnliche Annahme erklärt werden, gegen welche sich aber erhebliche Bedenken geltend machen lassen. Es erscheint daher nicht unberechtigt, zu versuchen, ob sich nicht auf anderem Wege in ungezwungener Weise erklären lässt, wie die electricische Schicht zu Stande kommt.

Auf den nachfolgenden Seiten werde ich den Nachweis führen, dass die durchaus plausible Annahme, das electricische Fluidum (oder die Fluida, wenn man der dualistischen Hypothese folgt) sei elastisch, in befriedigendster Weise die gesuchte Erklärung liefert. — Im Folgenden nehme ich also an, dass sich im Inneren der Leiter das electricische Fluidum zwar nach jeder Richtung frei verschieben kann, dass aber

1) H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 7. p. 351. 1879.

dasselbe ausser den nach dem Coulomb'schen Gesetze auftretenden Fernkräften auch noch elastischen Kräften unterworfen ist, welche nur von der Raumdichte der Ladung an der betreffenden Stelle, resp. deren Differentialquotienten abhängen. Diese Annahme unterscheidet sich von der ähnlichen, welche von Maxwell herrührt, dadurch, dass dieser eine Elasticität des Fluidums nur im Inneren der dielectricischen Medien supponirte.

Nach der Durchsicht dieser Abhandlung wird man meiner Annahme, wie ich glaube, einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit nicht absprechen. Der hier versuchten Erklärung vermag aber (wenn man sie als zulässig anerkennt) der Umstand einen grossen Werth zu verleihen, dass durch sie neue Beziehungen für die bis dahin unbekannt gebliebenen fundamentalen Constanten des electrischen Fluidums, vor allem für die Masse desselben gewonnen werden.

§ 2. Im Folgenden werde ich nur von einem Fluidum reden. Will man zwei annehmen, so sehe man dieses als das positive an und denke sich überall die Betrachtung durch Berücksichtigung des negativen Fluidums ergänzt; es wird sich dadurch an keiner Stelle eine erhebliche Aenderung ergeben. Gemessen seien alle Grössen im electrostatischen C.-G.-S.-Systeme.

Im unelectrischen Zustande enthält jeder Cubikcentimeter des Leiters eine gewisse Menge an positivem Fluidum (sowohl nach der unitarischen, als nach der dualistischen Theorie). Diese räumliche Dichte im unelectrischen Zustande sei mit ϵ_0 bezeichnet. Ist er positiv electrisch, so ist die Dichte ϵ grösser als ϵ_0 . Es sei:

$$(1) \quad \epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon,$$

wobei dann $\Delta\epsilon$ die Dichte der „freien“ Electricität ist. Bei negativer Electrification ist $\Delta\epsilon$ negativ.

Nach der oben erwähnten Hypothese bedingt die Erhöhung der Dichte von ϵ_0 auf ϵ elastische Druckkräfte, welche man in Anbetracht der leichten Beweglichkeit des Fluidums in den Leitern nur als Functionen der Coordinaten und als unabhängig von der Richtung ansehen muss, für

welche der specifische Flächendruck bestimmt werden soll. Bezeichnet man diesen letzteren mit p , so ist:

$$(2) \quad p = c \cdot \Delta \varepsilon,$$

wobei c eine Constante ist, welche dieselben Dimensionen wie ein Potential hat, nämlich $L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$, und deren numerischer Werth als sehr gross anzusehen ist im Vergleiche zu 1 Daniell.

Wir betrachten nun einen Leiter, dessen Abmessungen sehr gross sind im Vergleiche zur Dicke der electricischen Schicht, sodass ein kleines Stück an der Oberfläche als zu einer ebenen Platte gehörig angesehen werden kann, und ziehen an irgend einer Stelle eine Normale zur Oberfläche in das Innere des Körpers. Auf ihr wählen wir einen Punkt, von dem aus die Abstände r gerechnet werden sollen. Für die Oberfläche sei $r = R$. Bezeichnet ferner φ das Potential, so gilt für das Gleichgewicht der in einem Volumenelemente enthaltenen Menge an positivem Fluidum die Bedingung:

$$(3) \quad \frac{dp}{dr} + \varepsilon \frac{d\varphi}{dr} = 0.$$

Hieraus ergibt sich unter Berücksichtigung von Gl. (2):

$$\varphi = -c \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = C - c \log \varepsilon,$$

oder da im Inneren $\varphi = \varphi_i$ und $\varepsilon = \varepsilon_0$ ist:

$$(4) \quad \varphi - \varphi_i = -c \log \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}.$$

Für die praktisch wichtigen Fälle einer Kugel, einer Röhre oder einer Platte von grosser Ausdehnung lässt sich die Laplace-Poisson'sche Gleichung schreiben:

$$(5) \quad \frac{d^2 \varphi}{dr^2} = -4\pi \Delta \varepsilon.$$

Ersetzt man hierin $\Delta \varepsilon$ durch den aus Gl. (4) sich ergebenden Werth, so erhält man:

$$(6) \quad \frac{d^2 \varphi}{dr^2} = -4\pi \varepsilon_0 \left(e^{\frac{\varphi_i - \varphi}{c}} - 1 \right).$$

Von dieser gewöhnlichen Differentialgleichung zweiter Ordnung erhält man zunächst das erste Integral:

$$\frac{d\varphi}{dr} = -\sqrt{8\pi\epsilon_0(\varphi + c e^{(\varphi_i - \varphi)/c} + C)},$$

worin sich die Constante C durch die Bedingung bestimmt, dass im Inneren $d\varphi/dr = 0$ wird. Führt man ferner durch die Substitution:

$$\frac{\varphi_i - \varphi}{c} = z$$

die neue Variable z ein und integrirt abermals, so erhält man schliesslich:

$$(7) \quad r = C_1 + \sqrt{\frac{c}{8\pi\epsilon_0}} \int \frac{dz}{\sqrt{e^z - z - 1}},$$

worin C_1 eine neue Constante ist. Da z eine absolute Zahl bedeutet, welche von Null nur wenig verschieden sein kann (da es nach Gl. (4) gleich $\log \epsilon/\epsilon_0$ ist), so lässt sich die Exponentialgrösse unter dem Wurzelzeichen in eine sehr schnell convergirende Reihe entwickeln, von der man nur wenige Glieder beizubehalten braucht, um durch Ausführung der Quadratur das zweite Glied auf der rechten Seite der Gl. (7) mit grosser Annäherung zu erhalten. Bezeichnet man dieses Glied mit Z und den Werth, den es an der Oberfläche annimmt, mit Z_a , so wird:

$$(8) \quad R - r = Z_a - Z,$$

wobei für Z bei Beschränkung der Gliederzahl in der gedachten Reihenentwicklung auf 3 zu setzen ist:

$$Z = \sqrt{\frac{c}{4\pi\epsilon_0}} \log z,$$

oder, wenn man fünf Glieder beibehält, der etwas genauere, aber nur wenig verschiedene Resultate liefernde Ausdruck:

$$Z = \sqrt{\frac{c}{4\pi\epsilon_0}} \log \left(\frac{2\sqrt{12}}{z} \sqrt{z^2 + 4z + 12} - \frac{24}{z} - 4 \right).$$

Mit Hülfe von Gl. (8) lässt sich nun in sehr einfacher Weise das Potential φ als Function von r darstellen.

§ 3. Das wichtigste Resultat, welches sich aus den Betrachtungen des vorigen Paragraphen ziehen lässt, ist die Aufstellung einer Formel für die Dicke der electricischen Schicht. Freilich kann von einer solchen Dicke nicht in dem Sinne gesprochen werden, als wenn die Schicht nach dem Inneren zu scharf begrenzt wäre; vielmehr zeigen die vorstehend ent-

wickelten Formeln deutlich, dass das Potential und daher die Dichte der freien Electricität auch in einem grösseren Abstände von der Oberfläche sich noch ändern, resp. dass die letztere auch dort noch nicht genau gleich Null zu setzen ist. Andererseits ergibt sich aber auch, dass diese Aenderung in der Nähe der Oberfläche eine ungemein schnelle ist, sodass in merklicher Entfernung von der Oberfläche nur noch eine äusserst geringe, experimentell nicht mehr nachweisbare Menge freier Electricität auftritt.

Wir können daher als Dicke δ der Schicht den Werth definiren:

$$(9) \quad \delta = \sqrt{\frac{c}{4\pi\epsilon_0}} \log \frac{z_a}{z},$$

in welchem z so klein zu setzen ist, dass es nicht mehr nachgewiesen werden kann. Wenn nun auch in dieser Definition hinsichtlich der Wahl des für z_a/z zu setzenden Werthes der Willkür ein gewisser Spielraum gelassen ist, so überblickt man doch leicht, dass dies auf den Werth, welchen man für δ erhält, nur wenig Einfluss hat. In der That müsste man für z_a/z schon eine Million setzen, um den doppelten Werth für die Dicke jener Schicht zu erhalten, welche die Formel für $z_a/z = 1000$ ergibt.

In gleicher Weise gilt dies, wenn man als Dicke der Schicht jenen Werth definirt, für welchen das Verhältniss der freien Electricitäten $\Delta\epsilon_a/\Delta\epsilon$ einen bestimmten grossen Werth annimmt. Führt man nämlich aus Gl. (4) den Werth von z in Gl. (9) ein, so wird bei Reihenentwicklung und Vernachlässigung höherer Potenzen:

$$(10) \quad \delta = \sqrt{\frac{c}{4\pi\epsilon_0}} \cdot \log \frac{\Delta\epsilon_a}{\Delta\epsilon}.$$

Hiernach ist das durch die Erfahrung constatirte Anhäufen der freien Electricität auf einer sehr dünnen Schicht an der Oberfläche der Leiter durch die hier entwickelte Theorie vollständig erklärt, insofern man annehmen darf, dass der in den Gleichungen (9) und (10) vorkommende constante Factor einen sehr geringen Werth hat. Die letztere Bemerkung liefert eine erste wichtige Consequenz der hier vorgetragenen Theorie.

§ 4. Eine weitere Beziehung zwischen den fundamentalen Constanten des electrischen Fluidums erhält man durch die Betrachtung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer electrischen Störung in einem Leiter. In einem Drahte, welcher sich längs der X -Axe erstreckt, schreite eine longitudinale electrische Welle fort. Es gilt dann die aus der Elasticitätstheorie wohlbekannte Gleichung:

$$(11) \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0,$$

worin ξ die Verrückung eines Theilchens längs der X -Axe und μ die Masse des in 1 cem enthaltenen Fluidums, t aber die Zeit bedeutet. Hieraus erhält man leicht:

$$(12) \quad \frac{c}{\gamma} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

worin nun γ die Masse der electrostatischen Einheit der Electricität ist. Die Gl. (12) führt bekanntlich zu dem Schlusse, dass:

$$(13) \quad c = w^2 \cdot \gamma,$$

worin w die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung bedeutet.

Da w experimentell bestimmt ist, gestattet die Gl. (13), eine der beiden Grössen c und γ aus der anderen zu ermitteln. Insbesondere ist es von Wichtigkeit, zu beachten, dass sich für c sehr wohl eine untere Grenze, und daher auch eine solche für γ angeben lässt, während die negativen Resultate der bisherigen Bemühungen, die Masse der Electricität zu bestimmen, nur eine obere Grenze erkennen liessen. Es ist gewiss von Wichtigkeit, wenn es gelingt, die Constante γ , deren Feststellung für die Theorie der Electricität von so eminenter Bedeutung wäre, zwischen zwei Grenzen einzuschliessen.

Auf die Vorführung numerischer Werthe will ich mich jetzt nicht einlassen und bemerke nur, dass die Gl. (13) mit den bisher hinsichtlich des geringen Werthes von γ gewonnenen Erfahrungen durchaus vereinbar ist.

Hierauf und auf einige weitere Consequenzen der vorstehenden Theorie, welche sich insbesondere auf den stationären Strom beziehen, hoffe ich später zurückkommen zu können.

**VI. Bemerkung zu dem Aufsätze des Hrn. Lorberg¹⁾
über einen Gegenstand der Electrodynamik;
von Ludwig Boltzmann in Graz.**

Hr. Lorberg hat zunächst die erste von Hrn. Aulinger²⁾ gefundene Formel beträchtlich verallgemeinert. Die Wichtigkeit dieser Formel scheint mir darin zu bestehen, dass sie ein Experimentum crucis für die Weber'sche Theorie der Electrodynamik angibt, welches mit durchaus geschlossenen Strömen und ruhenden electrostatischen Ladungen ausgeführt werden kann. Die zu erwartende Wirkung ist freilich, wenn auch vielleicht nicht gänzlich ausserhalb der Grenze des Beobachtbaren gelegen, doch jedenfalls so klein, dass die grossartigsten experimentellen Hilfsmittel zu ihrem Nachweise erforderlich wären, und gegenwärtig keine Aussicht vorhanden ist, dass ein solcher Versuch unternommen werden wird. Doch scheint es mir immerhin nicht ganz ohne Interesse, wenn in solchen Dingen die Theorie dem Experimente hier und da voraneilt.

Hr. Lorberg unterzieht ferner auch die Betrachtungen einer Kritik, welche von mir stammen, und welche die Anregung zu den Untersuchungen des Hrn. Aulinger gegeben haben und von diesem auch seiner Abhandlung vorangeschickt werden. Hr. Lorberg erinnert zunächst, dass diesen Betrachtungen noch eine Annahme zu Grunde liegt, welche weder Hr. Aulinger, noch Hr. Hertz³⁾ explicit erwähnt haben. Diese Annahme besteht darin, dass die electrischen Kräfte, welche die Inductionsströme erzeugen, nicht blos im Stande sind, electromotorisch, sondern auch ebenso gut ponderomotorisch zu wirken. Diese ponderomotorische Wirkung ist so klein, dass sie bisher allerdings nicht experimentell beobachtet wurde; allein es schien mir und offenbar auch Hrn. Hertz ganz selbstverständlich, dass ein in sich geschlossenes Solenoid, wenn darin die Stromstärke ansteigt oder abnimmt, nicht nur in einem geschlosse-

1) Lorberg, Wied. Ann. 27. p. 666. 1886.

2) Aulinger, Wied. Ann. 27. p. 119. 1886.

3) Hertz, Wied. Ann. 23. p. 84. 1884.

nen Leitungsdraht, welcher seine Mittellinie umfasst, einen Inductionsstrom erzeugt, sondern auch auf eine in der Nähe befindliche, electrostatisch geladene kleine Kugel ponderomotorisch wirkt, d. h. sie gerade so um seine Mittellinie herumzudrehen strebt, wie das Faraday'sche Pendel um einen electricen Strom kreist, überhaupt, dass alle electricen Kräfte, welche Inductionsströme erzeugen, auch eben so gut auf electrostatisch geladene Körper ponderomotorisch zu wirken im Stande sind. Es soll dies als die Annahme *X* bezeichnet werden. Ich will hier die grössere oder geringere aprioristische Wahrscheinlichkeit dieser Annahme nicht weiter discutiren; jedenfalls würde ihre experimentelle Bestätigung wieder Veranlassung zu einem interessanten und schwierigen Versuche geben. Es müsste da eine leichte kreisförmige, ebene Metallscheibe um eine darauf senkrechte Axe leicht drehbar zwischen zwei entgegengesetzten ebenen Magnetpolen, wovon einer durchbohrt, aufgehängt und ihre Drehung um diese Axe beobachtet werden, wenn die statisch electriche Ladung der Scheibe, sowie der Magnetismus der Pole fortwährend commutirt würden.

Eine Bemerkung will ich mir noch erlauben. Denken wir uns im Inneren eines unendlichen oder ellipsoidförmigen Solenoids, kurz in einem homogenen magnetischen Felde einen in sich geschlossenen Drahtkreis, dessen Ebene senkrecht auf den Kraftlinien steht; bei jeder Aenderung des Feldes wird dann in dem Drahtkreise ein electricer Strom inducirt. So weit ist das Feld in allen Punkten vollkommen gleich beschaffen. Es gibt kein Merkmal, welches irgend einen Punkt des Feldes vor einem anderen zu unterscheiden erlauben würde. Unter der Annahme *X* wird aber bei jeder Veränderung der Intensität des Feldes auf eine kleine, im Felde befindliche, electrostatisch geladene Kugel eine ponderomotorische Kraft ausgeübt werden. Die Richtung dieser Kraft *K* liegt jedenfalls in der durch das Centrum *Z* der Kugel senkrecht zu den Kraftlinien gelegten Ebene. Um aber diese Richtung genauer zu bestimmen, muss ein Punkt *O* in dieser Ebene gegeben sein, welchen wir den Mittelpunkt des homogenen Feldes (oder, genauer gesprochen, der Feldänderung) nennen

wollen. Die Richtung der Kraft K steht dann immer senkrecht auf der geraden Verbindungslinie dieses Punktes O mit dem Punkt Z . Bezüglich dieser experimentell allerdings noch nicht nachgewiesenen Kraft K verhalten sich also durchaus nicht alle Punkte des homogenen Feldes gleich. Im Punkte O wird auf einen electrostatisch geladenen Körper durch Aenderung der Feldintensität keine ponderomotorische Kraft ausgeübt. In jedem anderen Punkte ist eine solche wirksam, welche der Entfernung des Körpers vom Punkte O proportional ist.¹⁾

Machen wir nun die Annahme X , so ist klar, dass das Potential der electricischen Kräfte der Induction eine genau ebenso reelle physikalische Bedeutung hat, wie das der electromagnetischen und electrodynamischen Kräfte; denn die ersteren können in genau ebenso reeller Weise auf eine dünne geladene Franklin'sche Tafel wirken, wie die letzteren auf eine transversal magnetische Scheibe. Sie existieren auch im Inneren eines Nichtleiters, welcher durch sie dielectrisch polarisirt wird, ebenso gut, wie im Inneren eines Leiters, auf welchem letzteren sie auch eine Influenzladung erzeugen können. Nach dem Principe der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung endlich übt auch ein electrostatisch geladener Körper eine ponderomotorische Rückwirkung auf ein Solenoid mit veränderlicher Stromintensität aus. Die Annahme X ist also jedenfalls zum Beweise der von Hrn. Hertz erschlossenen Wechselwirkung der erlöschender Ringmagnete nothwendig.

Ich glaube aber, dass Hr. Lorberg durchaus Unrecht hat, wenn er behauptet, dass ausser ihr hierzu nur mehr das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft erforderlich sei. Die Gleichungen (3) der Lorberg'schen

1) Ist p die Kraft in Dynen, welche auf die im Punkte Z befindliche Electricitätsmenge 1 (electrostatisch gemessen) senkrecht auf $OZ=r$ wirkt, so ist $2\pi r p$ die ebenfalls electrostatisch gemessene electromotorische Kraft in einem Kreise vom Radius r , dessen Ebene auf den Kraftlinien senkrecht steht; $2\pi r p v$ ist diese electromotorische Kraft in magnetischem Maasse. Da diese andererseits gleich $\pi r^2 dM:dt$ ist, so folgt $p = (r/2v) \cdot (dM/dt)$. Hierbei ist M die Stärke des Magnetfeldes in magnetischem Maasse, $v = 3 \cdot 10^{10}$ cm : sec.

Abhandlungen können nämlich aus den Gleichungen (2) keineswegs mittelst des Principes der Erhaltung der lebendigen Kraft ganz allein abgeleitet werden. Ich will hier nicht weiter ausführen, dass bei Ableitung der ersteren Gleichungen aus den letzteren ausser diesem Principe auch noch das Ohm'sche, das Joule'sche Gesetz, das Gesetz, dass die Arbeit einer galvanischen Batterie pro Zeiteinheit dem Producte der electromotorischen Kraft und der Stromintensität gleich ist, oder ähnliche Gesetze herangezogen werden müssen, welche alle nicht in gleicher Weise von magnetischen Strömen gelten, und dass es schon aus diesem Grunde zur vollkommenen Klarlegung aller zum Beweise nothwendigen Voraussetzungen sehr erwünscht wäre, die Gleichungen (6) wirklich explicit und ausführlich aus den Gleichungen (5) abzuleiten, anstatt einfach auf die Analogie mit der Ableitung der Gleichungen (3) aus den Gleichungen (2) hinzuweisen. Der Kernpunkt scheint mir vielmehr darin zu liegen, dass die Gleichungen (3) überhaupt erst dann mit Hülfe des Principes der lebendigen Kräfte aus den Gleichungen (2) gewonnen werden können, wenn aus diesen letzteren die electrodynamischen Kräfte zwischen zwei electricen Strömen erschlossen worden sind. Hr. Lorberg erkennt dies selbst im folgenden Passus auf p. 66 an: „Aus der Intensität der Resultirenden der Kräfte auf ein magnetisches Molecül nach dem Ampère'schen Principe folgt dann weiter, dass auch die Componenten und Drehungsmomente der gesammten ponderomotorischen Kraft auf einen electricen Strom ein Potential besitzen.“ Diesem Schlusse aus der Wirkung eines electricen Stromes auf einen Magnet oder umgekehrt auf die Wechselwirkung zweier electricer Ströme, ohne welchen (ich betone es nochmals) die Gleichungen (3) aus den Gleichungen (2) nicht gewonnen werden können, entspricht bei Ableitung der Gleichungen (6) aus den Gleichungen (5) der Schluss von der Wirkung eines geschlossenen Solenoides von veränderlicher Stromintensität auf einen electrostatisch geladenen Körper oder umgekehrt auf die Wirkung zweier geschlossener Solenoide mit veränderlicher Stromintensität auf einander. Gerade dieser letztere Schluss scheint mir aber aus dem Principe

der lebendigen Kräfte in keiner Weise zu folgen und überhaupt nicht möglich zu sein ohne das von mir aufgestellte Princip, dass in einem Raume alle electricischen und magnetischen Kräfte gegeben sind, sobald in jedem Punkte die auf eine ruhende unveränderliche electricische Masse und auf einen ruhenden unveränderlichen Magnetpol wirkenden Kräfte gegeben sind oder unter Annahme der Ampère'schen Theorie des Magnetismus, dass die electricischen Kräfte nur von den Coordinaten der electricischen Massen und deren ersten Differentialquotienten nach der Zeit abhängen. Aus den Gleichungen (5) folgt unter der Annahme X unzweifelhaft, dass ein Solenoid von veränderlicher Stromstärke auf eine electricische Doppelschicht (geladene Franklin'sche Tafel) ponderomotorische Kräfte ausübt, daher auch umgekehrt, dass die Doppelschicht auf das veränderliche Solenoid ponderomotorisch wirkt; daraus kann aber noch nicht geschlossen werden, dass auch ein zweites veränderliches Solenoid auf das erste ponderomotorisch wirkt; denn daraus, dass das zweite veränderliche Solenoid dieselben electrostatischen, magnetischen und inducirenden Wirkungen wie die Doppelschicht ausübt, mögen diese ein Potential haben oder nicht, folgt ohne das von mir aufgestellte Princip noch nicht, dass es auch auf veränderliche electricische Ströme (z. B. auf das erste Solenoid) dieselbe Wirkung ausübt. Nimmt man das Weber'sche Gesetz als richtig an, so würde in der That im ganzen Raume mit Ausnahme des Inneren der Doppelschicht diese dieselben electrostatischen und inducirenden Kräfte ausüben, wie ein Solenoid mit variabler Stromstärke, aber auf ein zweites derartiges Solenoid würde die Doppelschicht ponderomotorisch wirken, das erste Solenoid dagegen nicht. Der beste Beweis für die Unentbehrlichkeit des von mir ausgesprochenen Principes besteht in diesem ebenfalls von Hrn. Aulinger¹⁾ bereits ausführlich erbrachten Nachweise, dass aus dem Weber'schen Gesetze sich nicht die mindeste Wirkung zwischen zwei geschlossenen, von Strömen mit veränderlicher Intensität durchflossenen Solenoiden ergibt. Da es sich hier nur um

1) Aulinger, l. c. p. 131.

logische Untersuchungen handelt, so kann die Frage, ob die Electricitäten wirklich Fluida sind, welche das Weber'sche Gesetz befolgen, ganz aus dem Spiele bleiben. Folgendes ist unbestrittene Thatsache. Unter der Annahme des Weber'schen Gesetzes folgen mit Nothwendigkeit die Lorberg'schen Gleichungen von (1) bis (5); unter Annahme des Weber'schen Gesetzes folgt aber auch mit Nothwendigkeit, dass ein geschlossenes Solenoid von veränderlicher Stromintensität auf einen statisch geladenen electrischen Körper, daher auch auf eine electrische Doppelschicht, etwa eine geladene Franklin'sche Tafel, ponderomotorische Kräfte ausüben muss, also dasjenige, was wir die Annahme *X* nannten, die reale Existenz des Potentials der electrischen Kräfte der Induction. Trotz alledem folgt aber aus dem Weber'schen Gesetze keine Wechselwirkung zweier geschlossener Solenoiden von veränderlicher Stromintensität. Diese letztere Consequenz kann also aus allen vorhergenannten Sätzen nur mittelst eines Principes abgeleitet werden, welches das Weber'sche Gesetz ausschliesst, also keinesfalls allein mittelst des Principes der Erhaltung der lebendigen Kräfte. Denn das Weber'sche Gesetz steht mit dem Principe der lebendigen Kraft, insoweit es hier in Frage kommt, in vollem Einklange, da nach dem Weber'schen Gesetze immer die erzeugte lebendige Kraft genau gleich der aufgewendeten Arbeit ist. Man sieht leicht, dass die ungereimten Consequenzen, welche, wie Hr. v. Helmholtz zeigte, sich aus dem Weber'schen Gesetze ergeben, mit der Frage, welche uns beschäftigt, absolut nichts zu schaffen haben; denn diese beziehen sich blos darauf, dass nach dem Weber'schen Gesetze in gewissen Fällen, ohne dass irgend welche Entfernungen unendlich klein werden, eine unendliche Arbeit geleistet werden kann. Zu diesen Fällen gehören aber die hier behandelten durchaus nicht.

VII. *Ueber die Torsion eines rechteckigen Prismas aus homogener krystallinischer Substanz; von W. Voigt.*

(Aus den Göttinger Nachr. von 1886 Nr. 9 mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Bei einer früheren Behandlung des in der Ueberschrift ausgesprochenen Problems¹⁾ war ich zu dem Resultate gekommen, dass das Gesetz der Drillung eines rechteckigen Prismas stets die Form habe:

$$(1) \quad \tau = \frac{TNL}{\frac{4Qn}{3} - n^4 f\left(\frac{m}{n}\right)},$$

worin τ , der Drehungswinkel, bestimmt ist durch das wirkende Moment um die Längsaxe N , die Länge L , den Querschnitt Q , die halbe kleinere Querdimension n des Prismas, sowie eine im allgemeinen nicht bestimmbare Function des Verhältnisses der beiden Querdimensionen $f(m/n)$, welche bei einigermaßen grossen Werthen m/n als constant betrachtet und durch Combination von Beobachtungen eliminirt werden kann. T ist der Drillingscoefficient, der sich durch die Elasticitätsconstanten des Mediums bestimmt.

Das genannte Resultat ist indess nur eine Annäherung, welche voraussetzt, dass man n^2 gegen m^2 vernachlässigen kann. Durch eine genauere Analyse bin ich gegenwärtig dazu gelangt, die im allgemeinen noch anzubringende Correction angeben zu können, d. h. die strenge Gestalt jener Formel abzuleiten. Ich theile die bezügliche Entwicklung im Folgenden mit.

Die Elasticitätsconstanten sind definirt als die constanten Coefficienten c_{hk} in den elastischen Druckcomponenten, wenn man dieselben auf ein bestimmtes Hauptkoordinatensystem XYZ bezieht, also durch die Gleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} -X_x = c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y \\ -Y_y = c_{21}x_x + c_{22}y_y + c_{23}z_z + c_{24}y_z + c_{25}z_x + c_{26}x_y \\ -Z_z = c_{31}x_x + c_{32}y_y + c_{33}z_z + c_{34}y_z + c_{35}z_x + c_{36}x_y \end{cases}$$

1) W. Voigt, Wied. Ann. 16. p. 415. 1882.

$$(2) \begin{cases} -Y_z = c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y \\ -Z_x = c_{51}x_x + c_{52}y_y + c_{53}z_z + c_{54}y_z + c_{55}z_x + c_{56}x_y \\ -X_y = c_{61}x_x + c_{62}y_y + c_{63}z_z + c_{64}y_z + c_{65}z_x + c_{66}x_y. \end{cases}$$

Die Determinante dieser Coëfficienten nennen wir S , den Coëfficienten des h . Elementes der k . Reihe in derselben S_{hk} .

Ausser diesem Hauptaxensystem führen wir noch ein anderes X' , Y' , Z' ein, welches mit der Z' -Axe in die Längs-, mit der X' -Axe in die grössere, mit der Y' -Axe in die kleinere Querdimension des Prismas fällt. Für dasselbe gelten ähnliche Formeln wie (2).

Dilatationen eines beliebigen cylindrischen Körpers, die parallel seiner Axe constant sind, werden in allgemeinsten Art durch die Annahme erhalten ¹⁾:

$$(3) \begin{cases} x_x' = \frac{\partial U}{\partial x'}, & y_y' = \frac{\partial V}{\partial y'}, & z_z' = g_1x' + g_2y' + g_3, \\ y_z' = g_2 \frac{l}{2} + h x' + \frac{\partial W}{\partial y'}, & z_x' = g_1 \frac{l}{2} - h y' + \frac{\partial W}{\partial x'}, \\ x_y' = \frac{\partial U}{\partial y'} + \frac{\partial V}{\partial x'}, \end{cases}$$

falls U , V , W beliebige Functionen von x' und y' sind. Dabei ist vorausgesetzt, dass beide Enden der Cylinderaxe nach der Deformation in die Z' -Axe fallen; h ist die Grösse der Drillung der Längeneinheit der Z -Axe.

Wirken ausschliesslich auf die Grundflächen des Cylinders drillende Kräfte, deren Moment um die Z -Axe $= N$ ist, so ist wegen der gemachten Annahme für alle Querschnitte q in gleicher Weise:

$$(4) \begin{cases} \int X_z' dq = 0, & \int Y_z' dq = 0, & \int Z_z' dq = 0, \\ N + \int (Y_z' x' - X_z' y') dq = 0, & \int Z_z' x' dq = 0, & \int Z_z' y' dq = 0. \end{cases}$$

Für die Cylinderfläche muss sein:

$$(5) \begin{cases} 0 = \overline{X_x'} \cos(n, x') + \overline{X_y'} \cos(n, y'), \\ 0 = \overline{Y_x'} \cos(n, x') + \overline{Y_y'} \cos(n, y'), \\ 0 = \overline{Z_x'} \cos(n, x') + \overline{Z_y'} \cos(n, y'), \end{cases}$$

1) W. Voigt, Wied. Ann. 16. p. 285 u. f. 1882.

im ganzen Inneren:

$$(6) \quad 0 = \frac{\partial X_x'}{\partial x'} + \frac{\partial X_y'}{\partial y'}, \quad 0 = \frac{\partial Y_x'}{\partial x'} + \frac{\partial Y_y'}{\partial y'}, \quad 0 = \frac{\partial Z_x'}{\partial x'} + \frac{\partial Z_y'}{\partial y'}.$$

Diesen letzteren Gleichungen genügt man durch die Annahme:

$$(7) \quad \begin{cases} X_x' = -\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y'^2}, & X_y' = Y_x' = +\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x' \partial y'}, & Y_y' = -\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x'^2}, \\ Z_x' = -\frac{\partial \Omega}{\partial y'}, & Z_y' = +\frac{\partial \Omega}{\partial x'}. \end{cases}$$

Dadurch werden die Randbedingungen, falls ds das Element der Randcurve bezeichnet:

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial y'} \right) = 0, & \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial x'} \right) = 0, & \frac{d \Omega}{ds} = 0, \\ \text{d. h. also: } \frac{\partial \Omega_1}{\partial y'} = k', & \frac{\partial \Omega_1}{\partial x'} = k'', & \Omega = k. \end{cases} \quad (13)$$

Von den Bedingungen (4) ist:

$$\int X_z' dq = \int Y_z' dq = 0$$

durch die letzte Gleichung (5) und (6) identisch erfüllt, es bleiben also nur:

$$(9) \quad \begin{cases} \int Z_x' dq = 0, & \int Z_x' x' dq = 0, & \int Z_x' y' dq = 0 \quad \text{und} \\ N + \int (Y_z' x' - X_z' y') dq = 0. \end{cases}$$

Diese letzte Gleichung lässt sich ersetzen durch:

$$(10) \quad N = 2 \int \Omega dq,$$

da identisch:

$$\int x' Y_z' dq = - \int y' X_z' dq = - \int \Omega dq.$$

Aus den Werthen der Druckkräfte in dem neuen Coordinatensystem X', Y', Z' :

$$(11) \quad -X_x' = c_{11}' x_x' + c_{12}' y_y' + c_{13}' z_z' + c_{14}' y_z' + c_{15}' z_x' + c_{16}' x_y',$$

in denen die c_{hk}' Functionen der Elasticitätsconstanten c_{hk} sind, die sich durch die Lage des Coordinatensystems X', Y', Z' bestimmen, erhält man durch Auflösung nach x_x', y_y', \dots :

$$(12) \quad \begin{cases} -x_x' S' = X_x' S_{11}' + Y_y' S_{12}' + Z_z' S_{13}' \\ \quad \quad \quad + Y_z' S_{14}' + Z_x' S_{14}' + X_y' S_{16}', \\ \quad \quad \quad \dots \end{cases}$$

worin sich die Determinanten S' und S_{hk}' ebenso durch die c_{hk}' ausdrücken, wie oben S und S_{hk} durch die c_{hk} .

Da nun identisch ist:

$$\frac{\partial^2 x_x'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 y_y'}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 x_y'}{\partial x' \partial y'} = 0, \quad \frac{\partial y_z'}{\partial x'} - \frac{\partial x_z'}{\partial y'} = 2h,$$

so gelten zwei Gleichungen zwischen den $X_x' \dots$, die sich durch Ω , Ω_1 und Z_z' geben lassen wie folgt:

$$(13) \left\{ \begin{aligned} 0 &= -S_{11}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial y'^4} - (2S_{12}' + S_{66}') \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'^2} - S_{22}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^4} + 2S_{16}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^3} \\ &\quad + 2S_{26}' \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^3 \partial y'} + S_{24}' \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^3} - S_{15}' \frac{\partial^3 \Omega}{\partial y'^3} + (S_{14}' + S_{56}') \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x' \partial y'^2} \\ &\quad - (S_{25}' + S_{46}') \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^2 \partial y'} + S_{13}' \frac{\partial^2 Z_z'}{\partial y'^2} + S_{23}' \frac{\partial^2 Z_z'}{\partial x'^2} - S_{36}' \frac{\partial^2 Z_z'}{\partial x' \partial y'}, \\ 2hS' &= S_{24}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^3} - S_{15}' \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial y'^3} + (S_{14}' + S_{56}') \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^2} \\ &\quad - (S_{25}' + S_{46}') \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'} - S_{44}' \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2} - S_{55}' \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y'^2} + 2S_{45}' \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x' \partial y'} \\ &\quad + S_{35}' \frac{\partial Z_z'}{\partial y'} - S_{34}' \frac{\partial Z_z'}{\partial x'}. \end{aligned} \right.$$

Hinzu fügen wir die noch nicht benutzte dritte Gl. (12), welche unter Rücksicht auf den Werth von Z_z' nach (3) gibt:

$$(15) \quad -S'(g_1 x' + g_2 y' + g_3) = -S_{13}' \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y'^2} - S_{23}' \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x'^2} + S_{36}' \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x' \partial y'} \\ + S_{34}' \frac{\partial \Omega}{\partial x'} - S_{35}' \frac{\partial \Omega}{\partial y'} + S_{33}' Z_z'.$$

Damit sind drei Hauptgleichungen für Ω , Ω_1 und Z_z' erhalten, welche zusammen mit den Bedingungen (8), (9) und (10) diese Grössen bestimmen.

Integrirt man die letzte Gleichung direct und nach Multiplication mit x' und y' über den Querschnitt q und setzt:

$$(14) \quad \int x'^2 dq = q x_x'^2, \quad \int y'^2 dq = q x_y'^2,$$

so erhält man in Rücksicht auf (8) und (9) und unter Voraussetzung eines in Bezug auf die X' - und Y' -Axe symmetrischen aber sonst beliebigen Querschnittes:

$$(15) \quad g_1 = \frac{S_{34}' N}{2S' q x_y'^2} = \frac{\Theta' N}{2q x_y'^2}, \quad g_2 = -\frac{S_{35}' N}{2S' q x_x'^2} = -\frac{\Theta' N}{2q x_x'^2}, \quad g_3 = 0.$$

g_1 und g_2 , und daher Θ' und Θ'' , misst die Grösse der Biegung der Cylinderaxe in der $X'Z'$ - und $Y'Z'$ -Ebene, g_3 ihre Verlängerung parallel der Z' -Axe.

Die Elimination von Z'_e aus den zwei ersten Gleichungen (13) mittelst der dritten gibt zwei Formeln für Ω und Ω_1 allein. Sie lauten:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} 0 &= \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^3} (S'_{24} S'_{33} - S'_{23} S'_{34}) + \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^2 \partial y'} (-S'_{33} (S'_{25} + S'_{46}) + S'_{23} S'_{35} + S'_{34} S'_{36}) \\ &+ \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x' \partial y'^2} (S'_{33} (S'_{14} + S'_{56}) - S'_{35} S'_{36} - S'_{13} S'_{34}) + \frac{\partial^3 \Omega}{\partial y'^3} (-S'_{15} S'_{33} + S'_{13} S'_{35}) \\ &+ \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^4} (-S'_{22} S'_{33} + S'_{23} S'_{33}) + \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^3 \partial y'} 2 (S'_{26} S'_{33} - S'_{23} S'_{36}) \\ &- \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'^2} (2 (S'_{12} S'_{33} - S'_{13} S'_{33}) + S'_{33} S'_{66} - S'^2_{36}) \\ &+ \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^3} 2 (S'_{16} S'_{33} - S'_{13} S'_{36}) + \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial y'^4} (-S'_{11} S'_{33} + S'^2_{13}), \\ S' (2h S'_{33} - g_1 S'_{34} + g_2 S'_{35}) &= \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2} (-S'_{44} S'_{33} + S'^2_{34}) \\ &+ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x' \partial y'} 2 (S'_{33} S'_{45} - S'_{34} S'_{35}) + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y'^2} (-S'_{55} S'_{33} + S'^2_{35}) \\ &+ \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^3} (S'_{33} S'_{24} - S'_{23} S'_{34}) + \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'} (-S'_{33} (S'_{25} + S'_{46}) + S'_{34} S'_{36} + S'_{23} S'_{36}) \\ &+ \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^2} (S'_{33} (S'_{14} + S'_{56}) - S'_{13} S'_{34} - S'_{35} S'_{36}) + \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial y'^3} (-S'_{15} S'_{33} + S'_{13} S'_{35}). \end{aligned} \right.$$

Sei nun ein Prisma von rechteckigem Querschnitt betrachtet, parallel der X' - und Y' -Axe von den Dimensionen $2m$ und $2n$, so muss:

für $x' = \pm m$ und beliebiges y' , sowie
für $y' = \pm n$ und beliebiges x' :

$$(17) \quad \frac{\partial \Omega_1}{\partial x'} = 0, \quad \frac{\partial \Omega_1}{\partial y'} = 0, \quad \bar{\Omega} = 0 \quad \text{sein.}$$

Setzt man:

$$(18) \quad \Omega = n^2 \cdot \frac{S' (2h S'_{33} - g_1 S'_{34} + g_2 S'_{35})}{S'_{33} S'_{55} - S'^2_{35}} \left[\omega - \frac{1}{2} \left(\frac{y'^2}{n^2} - 1 \right) \right],$$

so werden beide Hauptgleichungen in ω und Ω_1 homogen. Die Randbedingungen für Ω_1 bleiben dieselben; für ω aber gilt:

$$(19) \begin{cases} \text{für } x' = \pm m \text{ und beliebiges } y' & \omega = \frac{1}{2} \left(\frac{y'^2}{n^2} - 1 \right), \\ \text{für } y' = \pm n \text{ und beliebiges } x' & \omega = 0. \end{cases}$$

Setzt man diesen Werth (18) für Ω in Gl. (10) ein, so erhält man unter Rücksicht auf die Werthe von g_1 und g_2 :

$$(S_{33}' S_{55}' - S_{35}'^2) N = n^2 \left[4h S' S_{33}' - \left(\frac{S_{34}'^2}{x_y'^2} + \frac{S_{35}'^2}{x_z'^2} \right) \frac{N}{q} \right] \left(\frac{q}{3} + \int \omega dq \right),$$

$$\text{also: } h = \frac{N \left[S_{33}' S_{55}' - S_{35}'^2 + \frac{n^2}{q} \left(\frac{S_{34}'^2}{x_y'^2} + \frac{S_{35}'^2}{x_z'^2} \right) \left(\frac{q}{3} + \int \omega dq \right) \right]}{4 n^2 S' S_{33}' \left(\frac{q}{3} + \int \omega dq \right)}$$

oder da $x_z'^2 = n^2/3$, $x_y'^2 = m^2/3$ und $hL = \tau$, d. h. der Drillungswinkel des ganzen Prismas von der Länge L ist:

$$(20) \quad \tau = \frac{3NL \left[S_{33}' S_{55}' + \frac{n^2}{m^2} S_{34}'^2 + \left(\frac{S_{34}'^2}{m^2} + \frac{S_{35}'^2}{n^2} \right) \frac{3n^2}{q} \int \omega dq \right]}{4 n^2 S' S_{33}' (q + 3 \int \omega dq)}.$$

Die ω bestimmenden Gleichungen zeigen, dass, wenn man $\xi' = x'/n$ und $\eta' = y'/n$ statt x' und y' als Variable einführt, ωn und m gar nicht mehr enthalten kann. Es lässt sich also:

$$(21) \quad \int \omega dq = n^2 \int_{-\frac{m}{n}}^{+\frac{m}{n}} \int_{-1}^{+1} \omega(\xi', \eta') d\xi' d\eta' = \frac{4n^2}{3} f$$

setzen, worin f eine Function allein des Verhältnisses m/n sein kann.

Betrachtet man $2n = D$ als die kleinere, $2m = B$ als die grössere Querdimension des Prismas, so erhält man schliesslich:

$$(22) \quad \tau = \frac{3NL \left[\frac{S_{55}'}{S'} + \frac{D^2}{B^2} \frac{S_{34}'^2}{S' S_{33}'} + \left(\frac{S_{34}'^2}{B^2} + \frac{S_{35}'^2}{D^2} \right) \frac{D^3 f}{B S' S_{33}'} \right]}{D^3 B \left(1 + \frac{D}{B} f \right)}.$$

Hierin ist nun zwar f eine unbekannte Function des Verhältnisses B/D , aber da dieselbe in den vollständig durchführbaren Fällen die Eigenschaft hat, für einigermaßen grosse Werthe des Verhältnisses B/D constant zu werden,

so wird man voraussetzen dürfen, dass sie diese Eigenschaft stets besitzt. Die Beobachtung gestattet, dies zu prüfen. Findet sich dann f bei gleichorientirten Prismen für verschiedene Verhältnisse B/D gleich, so kann man es durch Combination von Beobachtungen eliminiren.

Die Grösse der Drillung wird wegen des vorausgesetzten Grössenverhältnisses von D und B in erster Linie von dem Drillungscoëfficienten:

$$(23) \quad T = S'_{55} / S'$$

abhängen, in zweiter Linie von den schon oben (15) eingeführten Grössen:

$$(24) \quad \Theta' = S'_{35} / S', \quad \Theta'' = S'_{34} / S',$$

welche die Grösse der bei der Drillung eintretenden Biegungen bestimmen, ausserdem von:

$$(25) \quad E = S'_{33} / S',$$

welches mit dem sonst von mir eingeführten Dehnungscoëfficienten identisch ist. In diesen Grössen schreibt sich:

$$(26) \quad \tau = \frac{3NLT \left[1 + \frac{\Theta''^2}{ET} \left(\frac{D^2}{B^2} + \frac{D^2 f}{B^3} \right) + \frac{\Theta'^2 D f}{ET B} \right]}{D^3 B \left(1 + \frac{D}{B} f \right)}.$$

Wie die Grössen S'_{hk} sich in unseren auf das Hauptaxensystem bezogenen S_{hk} ausdrücken, habe ich an einer anderen Stelle gezeigt.¹⁾

Ich stelle daher hier nur die Werthe der obigen T, Θ, E zusammen. Es ist, falls man kurz $S_{hk}/S = s_{hk}$ setzt, und $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \alpha, \beta, \gamma$ die Richtungscosinus der X', Y', Z' gegen die X, Y, Z -Axe sind:

$$(27) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{S'_{55}}{S'} = T &= 4(s_{11}\alpha^2\alpha_1^2 + s_{22}\beta^2\beta_1^2 + s_{33}\gamma^2\gamma_1^2) \\ &+ 2[(s_{44} + 4s_{23})\beta\beta_1\gamma\gamma_1 + (s_{55} + 4s_{13})\gamma\gamma_1\alpha\alpha_1 + (s_{66} + 4s_{12})\alpha\alpha_1\beta\beta_1] \\ &+ 2(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)[(2s_{14} + s_{56})\alpha\alpha_1 + 2s_{24}\beta\beta_1 + 2s_{34}\gamma\gamma_1] \\ &+ 2(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)[2s_{15}\alpha\alpha_1 + (2s_{25} + s_{64})\beta\beta_1 + 2s_{35}\gamma\gamma_1] \\ &+ 2(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)[2s_{16}\alpha\alpha_1 + 2s_{26}\beta\beta_1 + (2s_{36} + s_{45})\gamma\gamma_1] \\ &+ s_{44}(\beta^2\gamma_1^2 + \gamma^2\beta_1^2) + s_{55}(\gamma^2\alpha_1^2 + \alpha^2\gamma_1^2) + s_{66}(\alpha^2\beta_1^2 + \beta^2\alpha_1^2) \\ &+ 2[s_{56}(\alpha^2\beta_1\gamma_1 + \alpha_1^2\beta\gamma) + s_{64}(\beta^2\alpha_1\gamma_1 + \beta_1^2\alpha\gamma) \\ &+ s_{45}(\gamma^2\alpha_1\beta_1 + \gamma_1^2\alpha\beta)]. \end{aligned} \right.$$

2) W. Voigt, Wied. Ann. 16. p. 399 u. f. 1882.

$$(28) \left\{ \begin{aligned} \frac{S_{35}'}{S'} = \Theta' &= 2(s_{11}\alpha^3\alpha_1 + s_{22}\beta^3\beta_1 + s_{33}\gamma^3\gamma_1) \\ &+ (s_{44} + 2s_{23})\beta\gamma(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1) + (s_{55} + 2s_{31})\gamma\alpha(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1) \\ &+ (s_{66} + 2s_{12})\alpha\beta(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1) \\ &+ (\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)[(s_{14} + s_{56})\alpha^2 + s_{24}\beta^2 + s_{34}\gamma^2] \\ &+ (\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)[(s_{15} + s_{64})\alpha^2 + s_{25}\beta^2 + s_{35}\gamma^2] \\ &+ (\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)[(s_{16} + s_{45})\alpha^2 + s_{26}\beta^2 + s_{36}\gamma^2] \\ &+ 2\beta\gamma[(s_{14} + s_{56})\alpha\alpha_1 + s_{24}\beta\beta_1 + s_{34}\gamma\gamma_1] \\ &+ 2\gamma\alpha[(s_{15} + s_{64})\alpha\alpha_1 + s_{25}\beta\beta_1 + s_{35}\gamma\gamma_1] \\ &+ 2\alpha\beta[(s_{16} + s_{45})\alpha\alpha_1 + s_{26}\beta\beta_1 + s_{36}\gamma\gamma_1]. \end{aligned} \right.$$

Hieraus:

$$\frac{S_{34}'}{S'} = \Theta'' \quad \text{durch Vertauschung von } \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \text{ mit } \alpha_2, \beta_2, \gamma_2:$$

$$(29) \left\{ \begin{aligned} \frac{S_{35}'}{S'} = E &= s_{11}\alpha^4 + s_{22}\beta^4 + s_{33}\gamma^4 \\ &+ (s_{44} + 2s_{23})\beta^2\gamma^2 + (s_{55} + 2s_{31})\gamma^2\alpha^2 + (s_{66} + 2s_{12})\alpha^2\beta^2 \\ &+ 2\alpha^2[(s_{14} + s_{65})\beta\gamma + s_{15}\gamma\alpha + s_{16}\alpha\beta] \\ &+ 2\beta^2[s_{24}\beta\gamma + (s_{25} + s_{46})\gamma\alpha + s_{26}\alpha\beta] \\ &+ 2\gamma^2[s_{34}\beta\gamma + s_{35}\gamma\alpha + (s_{36} + s_{54})\alpha\beta]. \end{aligned} \right.$$

Die Schlussformel (26) geht in (1) über, wenn man $(D/B)^2$ gegen (1) vernachlässigt, denn dann lässt sich schreiben:

$$r = \frac{TNL}{\frac{1}{3}D^3B \left(1 + \frac{D}{B}F\right)},$$

worin $F = f(1 - \Theta'^2/ET)$ eine Function von B/D allein ist. Die früher gegebene ist eine Annäherung, die um so bedeutender ist, als die Coëfficienten Θ''^2/ET und Θ'^2/ET meist sehr klein zu sein scheinen.

Die Formel (26) geht streng in (1) über, wenn Θ' und Θ'' verschwinden. Dies findet allgemein stets dann statt, wenn die Längsaxe Z' des Prismas in eine geradzählige krystallographische Symmetrieaxe fällt, z. B. normal zu einer krystallographischen Symmetrieebene steht.

Dieser Fall hat noch die besondere Wichtigkeit, dass für ihn die bisher als unbekannt benutzte Function f sich bestimmen lässt. Wir gehen, um dies zu zeigen, zu den Formeln (16) und (17) zurück.

Bei der angenommenen Orientirung — und dies gilt

allgemein für jedes Krystallsystem, welches eine Symmetrieebene besitzt — ist:

$$(30) \quad S_{14}' = S_{24}' = S_{34}' = S_{15}' = S_{25}' = S_{35}' = S_{46}' = S_{56}' = 0.$$

Man kann daher in (16) $\Omega_1 = 0$ setzen und erhält in Rücksicht auf (18) für ω die Hauptgleichung:

$$(31) \quad 0 = S_{44}' \frac{\partial^2 \omega}{\partial x'^2} - 2 S_{45}' \frac{\partial^2 \omega}{\partial x' \partial y'} + S_{55}' \frac{\partial^2 \omega}{\partial y'^2},$$

dazu die Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{für } x' = \pm m \quad \omega &= \frac{1}{2} \frac{y'^2 - n^2}{n^2} \\ \text{für } y' = \pm n \quad \omega &= 0. \end{aligned}$$

Eine strenge Lösung dieser Gleichungen ist zwar möglich — das Problem ist identisch mit dem, auf einem Parallelogramm das logarithmische Potential bei gegebenen Randwerthen zu bestimmen, — führt aber auf keine praktisch brauchbaren Resultate. Eine angenäherte Lösung erhält man für eine langgestreckte Gestalt des Querschnittsrechtecks, indem man beachtet, dass in den Kanten gedrillter rechteckiger Prismen die Spannungen gleich Null und überhaupt an den am weitesten von der Drehaxe entfernten Theilen der Begrenzung am kleinsten sind. Man kann daher für unseren Zweck der Bestimmung von ω in einem bereits kleinen Gliede an Stelle der kurzen Seiten des Rechtecks beliebige schwach gekrümmte Curvenstücke setzen, d. h. braucht die Bedingung für $x' = \pm m$ nur angenähert zu erfüllen. Dann kann man für ω eine particuläre Lösung benutzen.

Setzt man kurz $S_{44}' = a$, $S_{45}' = b$, $S_{55}' = c$, so ist:

$$(32) \quad \omega = \left(A e^{\frac{a}{\sqrt{ca-b^2}} \frac{cx'+by'}{c}} + B e^{-\frac{a}{\sqrt{ca-b^2}} \frac{cx'+by'}{c}} \right) \cos \alpha y',$$

eine Lösung, welche für $\alpha = (2h-1)\pi/2n$ der Hauptgleichung und der zweiten Randbedingung genügt.

Eine andere ist:

$$\omega = \left(A' e^{\frac{a}{\sqrt{ac-b^2}} \frac{cx'+by'}{c}} + B' e^{-\frac{a}{\sqrt{ac-b^2}} \frac{cx'+by'}{c}} \right) \sin \alpha' y'$$

für $\alpha' = h\pi/n$.

Wir wollen die beiden für den speciellen Werth $h = 1$ combiniren und, indem wir abkürzend schreiben:

$$\frac{\pi}{2n} = \alpha, \quad \frac{ab}{\sqrt{ac - b^2}} = \beta, \quad \frac{ac}{\sqrt{ac - b^2}} = \gamma,$$

setzen:

$$(33) \quad \omega = (Ae^{\gamma x' + \beta y'} + Be^{-(\gamma x' + \beta y')}) \cos \alpha y' \\ + (Ce^{2(\gamma x' + \beta y')} + De^{-2(\gamma x' + \beta y')}) \frac{1}{4} \sin 2\alpha y'.$$

Setzt man diesen Werth für ω gleich $(y'^2 - n^2)/2n^2$, so erhält man die Gleichung derjenigen Curven, welche neben den Geraden $y = \pm n$ einen Querschnitt begrenzen, für welchen diese Function ω das Problem der Torsion streng löst, und den wir nun nach Möglichkeit dem Rechteck $2m, 2n$ ähnlich gestalten wollen.

Die Function ω wird bei hinreichend gestreckter Form des Querschnitts, d. h. gegen n grosses m , an den Grenzcurven sich jedesmal merklich auf nur die zwei Glieder reduciren, welche dort positive Exponenten besitzen, z. B. für die positive Seite auf:

$$A \cos \alpha y' e^{\gamma x' + \beta y'} + \frac{1}{4} C \sin 2\alpha y' e^{2(\gamma x' + \beta y')} = \frac{y'^2 - n^2}{2n^2}.$$

Hieraus folgt:

$$e^{\gamma x' + \beta y'} = \pm \sqrt{\frac{A^2}{C^2 \sin^2 \alpha y'} + \frac{y'^2 - n^2}{n^2 C \cos \alpha y' \sin \alpha y'}} - \frac{A}{C \sin \alpha y'},$$

oder unter Entwicklung der Wurzelgrösse, indem wir C als klein gegen A ansehen:

$$e^{\gamma x' + \beta y'} = \frac{A}{C \sin \alpha y'} \left(\frac{C (y'^2 - n^2) \sin \alpha y'}{2n^2 A^2 \cos \alpha y'} - \frac{1}{8} \frac{C^3 (y'^2 - n^2)^2 \sin^2 \alpha y'}{n^4 A^4 \cos^2 \alpha y'} \right. \\ \left. + \frac{1}{16} \frac{C^3 (y'^2 - n^2)^2 \sin^3 \alpha y'}{n^6 A^6 \cos^3 \alpha y'} \pm \right).$$

Wir wollen uns auf die drei hingeschriebenen Glieder beschränken und die Reihe kurz schreiben:

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} e^{\gamma x' + \beta y'} &= \frac{y'^2 - n^2}{2n^2 A \cos \alpha y'} (1 - \frac{1}{2} F + \frac{1}{8} F^2), \text{ worin} \\ F &= \frac{C (y'^2 - n^2) \tan \alpha y'}{2n^2 A^2}. \end{aligned} \right.$$

Dann folgt:

$$(34_a) \quad \gamma x' + \beta y' = l \left(\frac{y'^2 - n^2}{2n^2 A \cos \alpha y'} \right) - \frac{1}{2} F + \frac{1}{8} F^2.$$

Für $y' = 0$ ergibt sich:

$$\gamma x'_0 = l \left(\frac{-1}{2A} \right)$$

für $y' = \pm n$, da $\lim_{y' = \pm n} \left(\frac{y'^2 - n^2}{n^2 \cos \alpha y'} \right) = -\frac{4}{\pi}$, also $\lim_{y' = \pm n} F = \mp \frac{2C}{\pi A^2}$

$$\gamma x'_{\pm n} = l \left(\frac{-2}{\pi A} \right) \pm \frac{C}{\pi A^2} + \frac{8}{2\pi^2} \frac{C^2}{A^4} \mp \beta n.$$

Wir wollen C/A^2 so bestimmen, dass nach Möglichkeit $x'_{+y} = x'_{-y}$ ist, also der betrachtete Querschnitt den Charakter des Rechtecks zeigt¹⁾; hierzu ist erforderlich, dass die ungeraden Glieder der Formel (34_a) etwa für $y' = 0,72n$ sich hinwegheben; und dadurch bestimmt sich: $0,895 \cdot \beta n = C/\pi A^2$. Dies ergibt:

$$(34_b) \quad F = 0,895 \frac{\pi \beta (y'^2 - n^2)}{2n} \operatorname{tg} \alpha y'.$$

Dann wird auch:

$$\gamma (x' - x'_0) = l \left(\frac{4}{\pi} \right) \mp \beta n \cdot 0,104 + \beta^2 n^2 \cdot 1,201$$

oder nach dem Werthe von γ :

$$x' - x'_0 = \frac{2n \sqrt{ac - b^2}}{c} \left[\frac{1}{\pi} l \left(\frac{4}{\pi} \right) \mp \frac{\beta n}{\pi} \cdot 0,104 + \frac{\beta^2 n^2}{\pi} \cdot 1,201 \right].$$

Dies giebt die Abweichung der Endpunkte $y' = \pm n$ der Curve aus der Verticalen durch den Mittelpunkt $y' = 0$; sie ist proportional mit $2n$. Der erste Factor $(1/\pi)l(4/\pi)$ ist dabei $= 0,077$; hat $\beta n/\pi = b/2\sqrt{ac - b^2}$ also keinen bedeutenden Werth, oder ist es gar gleich Null (wie u. a. bei isotropen Medien) so ist die Abweichung stets sehr klein, denn $\sqrt{ac - b^2}/c$ entfernt sich nicht weit von Eins.

Die obigen Betrachtungen sind nun ebenso für die negative Seite des Querschnitts anzustellen und ergeben dort dieselben Gleichungen (34), nur tritt $-(\gamma x' + \beta y')$ an Stelle von $+(\gamma x' + \beta y')$.

1) Es dürfte dies am besten erreicht sein, wenn die in (34_a) durch die ungeraden Glieder $-\frac{1}{2} F - \beta y'$ gegebene Curve zwischen $y' = 0$ und $y' = \pm n$ mit der Coordinatenaxe gleichviel positive und negative Fläche umschliesst. Wann dies geschieht, lässt sich nur durch Probiren ermitteln; die oben angegebene Bedingung ist nicht genau und braucht es nicht zu sein, da es sich nur um ein Correctionsglied handelt.

Der erhaltene Werth für ω ist nun behufs Bestimmung der Gleichung (1) einzusetzen in (21):

$$f = \frac{3}{4n^2} \int \omega dq.$$

Wir benutzen die abgekürzte Bezeichnung von (33) und haben:

$$f = \frac{3}{4n^2} \left[\int_{-n}^{+n} \cos \alpha y' dy' \int_{x_-}^{x_+} \left(A e^{(\gamma x' + \beta y')} + \frac{C}{2} e^{2(\gamma x' + \beta y')} \sin \alpha y' \right) dx' \right. \\ \left. + \int_{-n}^{+n} \cos \alpha y' dy' \int_{x_-}^{x_+} \left(B e^{-(\gamma x' + \beta y')} + \frac{D}{2} e^{-2(\gamma x' + \beta y')} \sin \alpha y' \right) dx' \right].$$

Hierin bedeuten x'_+ und x'_- die x' -Coordinaten der Punkte der Begrenzungscurve, welche auf der positiven und negativen Seite demselben Werthe y' entsprechen. Nach ausgeführter Integration in Bezug auf x' ist zu bedenken, dass die Exponentialgrößen mit den negativen Exponenten neben denen mit positiven zu vernachlässigen sind, nach (34) u. f. aber $e^{\gamma x'_+ + \beta y}$ und $e^{-(\gamma x'_- + \beta y)}$ den gleichen Werth hat.

Wir haben daher nur zu berechnen:

$$f = \frac{3}{2n^2} \int_{-n}^{+n} \left(A e^{\gamma x'_+ + \beta y'} + \frac{C}{4} e^{2(\gamma x'_+ + \beta y')} \sin \alpha y' \right) \cos \alpha y' dy'.$$

Hier hinein ist der Werth von $e^{\gamma x'_+ + \beta y'}$ aus (68) zu setzen. Man erhält:

$$f = \frac{3}{2n^2} \int_{-n}^{+n} \frac{y'^2 - n^2}{2n^2} \left(1 - \frac{1}{4} F + \frac{1}{4} F^2 + \frac{5}{16} F^3 + \dots \right) dy'.$$

Darin verschwinden die Glieder mit ungeraden Potenzen von F , es bleibt also bei Beschränkung auf die frühere Genauigkeit nur das erste und dritte; das erstere ist $= -\frac{2}{3}n$, das letztere findet sich unter Rücksicht auf (34) durch mechanische Quadratur $= -(\pi^2 \beta^2 n^3 / 16) \cdot 0,279$, sodass also schliesslich resultirt:

$$= -\frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{ac - b^2}}{c} \left(1 + 0,510 \cdot \frac{b^2}{ac - b^2} \right) \cdot 1)$$

1) Der Zahlenfactor ist nur angenähert bestimmt; vielleicht ist der strenge Werth 0,5.

Das erste vernachlässigte Glied ist mit $b^4/(ac-b^2)^2$ proportional. Setzt man für a, b, c nun die Werthe ein, so kommt:

$$(35) \quad f = -\frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{S_{44}S_{55} - S_{45}^2}}{S_{55}} \left(1 + 0,510 \frac{S_{45}^2}{S'_{44}S'_{55} - S_{45}^2} \right).$$

Diese Formel gilt ganz allgemein und setzt nur voraus, dass die Drillungsaxe normal zu einer krystallographischen Symmetrieebene steht. In dem speciellen Falle, dass $S'_{45} = 0$ ist, erhält man:

$$f = -\frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{S_{44}}{S_{55}}};$$

die strenge Analyse ergibt hier nach Saint-Venant für Rechtecke nur die Abweichung, dass an Stelle von $2/\pi = 0,637$ bei starkgestreckten Querschnitten der Zahlenfactor 0,630 auftritt. Der Unterschied beträgt nur 1% und ist, da f in der Hauptformel (1) in D/B multiplicirt auftritt, gänzlich ohne Belang. Wie gross die Genauigkeit im allgemeinsten Falle ist, lässt sich natürlich nicht mit Schärfe beurtheilen, doch darf man sie ebensogross ansehen, so lange die allgemeinere Grenzcurve (34) nicht stärker von der Geraden abweicht, als die speciellere, für welche $b = 0$ ist.

Die in der Schlussformel (35) auftretende Partialdeterminante S'_{45} bestimmt sich allgemein folgendermassen:

$$(36) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{S_{45}}{S} &= 4(s_{11}\alpha_1\alpha_2\alpha^2 + s_{22}\beta_1\beta_2\beta^2 + s_{33}\gamma_1\gamma_2\gamma^2) \\ &+ s_{44}(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)(\beta\gamma_2 + \gamma\beta_2) + s_{55}(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)(\gamma\alpha_2 + \alpha\gamma_2) \\ &+ s_{66}(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)(\alpha\beta_2 + \beta\alpha_2) \\ &+ (\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)(4s_{33}\beta\gamma + s_{56}\alpha^2) \\ &+ (\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1)(4s_{31}\gamma\alpha + s_{64}\beta^2) \\ &+ (\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)(4s_{12}\alpha\beta + s_{45}\gamma^2) \\ &+ (\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)(\alpha\alpha_2(2s_{14} + s_{56}) + \beta\beta_2(2s_{24} + \gamma\gamma_2(2s_{34} \\ &+ (\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)(\alpha\alpha_2(2s_{15} + \beta\beta_2(2s_{25} + s_{61}) + \gamma\gamma_2(2s_{35} \\ &+ (\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)(\alpha\alpha_2(2s_{16} + \beta\beta_2(2s_{26} + \gamma\gamma_2 + (2s_{36} + s_{45})) \\ &+ (\beta\gamma_2 + \gamma\beta_2)(\alpha\alpha_1(2s_{14} + s_{56}) + \beta\beta_1(2s_{24} + \gamma\gamma_1(2s_{34} \\ &+ (\gamma\alpha_2 + \alpha\gamma_2)(\alpha\alpha_1(2s_{15} + \beta\beta_1(2s_{25} + s_{61}) + \gamma\gamma_1(2s_{35} \\ &+ (\alpha\beta_2 + \beta\alpha_2)(\alpha\alpha_1(2s_{16} + \beta\beta_1(2s_{26} + \gamma\gamma_1(2s_{36} + s_{45})) \\ &+ 2(s_{56}\alpha_1\alpha_2\gamma\beta + s_{64}\beta_1\beta_2\alpha\gamma + s_{45}\gamma_1\gamma_2\beta\alpha). \end{aligned} \right.$$

Hierin tritt aber bei obigem Problem die Vereinfachung auf, dass, weil die Längsaxe des Prismas normal zu einer Symmetrieebene steht, eine Reihe von Partialdeterminanten verschwinden. Fällt diese Symmetrieebene z. B. in die YZ -Ebene, so ist $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = \gamma = 0$, und gelten die Formeln (30).

Demgemäss wird hier sehr einfach:

$$(36a) \quad S'_{45} = s_{55}\gamma_1\gamma_2 + s_{56}(\beta_1\gamma_2 + \gamma_1\beta_2) + s_{66}\beta_1\beta_2.$$

VIII. Ueber die Biegungselasticität von reinem Zink, Kupfer, Zinn und ihren Legirungen; von Johannes Kiewiet.

Einleitung.

Die wichtigsten Arbeiten, welche über die Elasticität der einfachen Metalle vorliegen, sind folgende: A. Masson¹⁾ bestimmte die Elasticitätscoëfficienten aus der Verlängerung von Drähten bei verschiedener Belastung; es entging ihm der Einfluss der Temperatur. G. Wertheim²⁾ zeichnet sich dadurch aus, dass er den Elasticitätscoëfficienten nach drei Methoden bestimmte, aus der Verlängerung von Drähten und aus der Schallgeschwindigkeit bei transversalen und longitudinalen Schwingungen. Er benutzte ferner nahezu reines Material, untersuchte zuerst die Legirungen und beobachtete bei verschiedenen, allerdings weit auseinander liegenden Temperaturen. Er unterwarf aber das Material vor der Beobachtung verschiedenen mechanischen Processen; die gegossenen Stäbe wurden gehämmert, gezogen und angelassen.

Hier sind noch zu nennen die Arbeiten von A. Kupfer³⁾,

1) A. Masson, Pogg. Ann. **56**. p. 157. 1842.

2) G. Wertheim, Pogg. Ann. **57**. p. 382. 1842; Ergb. **2**. p. 1 u. f. 3 Abh. 1848.

3) A. Kupfer, Mém. de l'acad. de St. Pétersbourg (6) **6**. p. 400. 1856; Pogg. Ann. **86**. p. 311. 1852.

A. Napiersky¹⁾ und von H. Buff²⁾. Die Resultate der erwähnten Arbeiten zeigen im allgemeinen erhebliche Abweichungen, welche sicher von der ungleichen Beschaffenheit des zur Beobachtung verwendeten Materials herrühren. Dasselbe war entweder nicht chemisch rein oder nicht hinreichend homogen, denn Drähte, die meist benutzt wurden, können nicht als homogen angesehen werden, auch wenn sie aus homogenen Stangen gezogen sind. Auch sind die bei höheren Temperaturen angestellten Versuche infolge eines ungenügenden Erwärmungsapparats und zu grosser Temperaturintervalle³⁾ zu ungenau, als dass sich daraus mit einiger Sicherheit ein Gesetz für die Aenderung der Elasticität mit der Temperatur würde aufstellen lassen.

Demnach scheint es nicht unzweckmässig zu sein, die Versuche an einigen Metallen und Legirungen zu wiederholen, und zwar mit den schärfsten Mitteln, nach der Methode der Biegung von Stäbchen, welche jetzt wohl für die beste gehalten wird, ferner an Material, welches sich in einem homogenen und möglichst definirbarem Zustande befindet.

Die Beobachtungsmethode.

Zur Bestimmung der Elasticitätscoëfficienten der Biegung von reinem Zink, Kupfer, Zinn und ihrer einfachen Legirungen benutzte ich dünne prismatische, genau geschliffene Stäbchen, welche auf zwei feste Schneiden aufgelegt und nahe der Mitte ihrer Axe belastet wurden.

Die Bestimmung der Dimensionen geschah mit einem grossen Kreissphärometer, welches von Hrn. Prof. Voigt⁴⁾ ausführlich beschrieben ist. Ich will hier nur erwähnen, dass die Genauigkeit des Instrumentes eine derartige ist, dass man ohne Mühe für einzelne Messungen eine Ueber-

1) A. Napiersky, Pogg. Ann. Ergbd. 3. p. 351. 1853.

2) H. Buff, Pogg. Ann. Jabelbd. p. 394. 1874.

3) Wertheim, der allein bei höheren Temperaturen beobachtete, stellte die Versuche an bei gewöhnlicher Zimmertemperatur, bei 100°, bei 200°.

4) Voigt, Sitzungsber. d. Königl. preuss. Acad. d. Wissensch. zu Berlin 42. p. 990 u. f. 1884.

einstimmung bis auf 0,0005 mm erzielen kann, während der Fehler des Instrumentes diesen Werth an keiner Stelle der Trommel und Schraube wesentlich übersteigt. Bei mittlerer Zimmertemperatur entsprechen 992,7 Trommeltheile der fünfhunderttheiligen Trommel einem Millimeter.

In der oben angeführten Abhandlung des Hrn. Prof. Voigt ist auch eine Methode angegeben, wie die unregelmässige Gestalt der Stäbchen in Rechnung gezogen wird; ich habe dieselbe bei meiner Arbeit benutzt. Bezeichnen D die Dicke, B die Breite, E den sogenannten Elasticitätscoëfficienten des Prismas, L die benutzte Länge und P die auf der Mitte der Länge angebrachte Belastung, so lautet die Differentialgleichung der Curve der Mittelfaser des Prismas:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{6 \left(\frac{L}{2} - x \right) \cdot P}{E \cdot B \cdot D^3},$$

wobei die x -Axe in die Prismenaxe gelegt ist und von der Belastungsstelle aus gerechnet wird. Nimmt man B mit x constant, setzt aber:

$$D = D_0 (1 + d \cdot x + d_1 x^2),$$

wo D_0 sich auf die Stelle $x = 0$ bezieht, so erhält man als Biegung, resp. Senkung der Stelle $x = 0$:

$$\eta = \frac{P \cdot L^3}{4 E \cdot B \cdot (D)^3},$$

$$\text{wo } (D) = D_0 \left[1 + \frac{L^2}{40} (d_1 - 2d^2) \right].$$

D wurde an $n + 1$ gleich weit abstehenden Stellen gemessen, d. h. es wurde gemessen:

$$D_0 = D_0,$$

$$D \pm 1 = D_0 \left(1 \pm \frac{d \cdot L}{n} + \frac{d_1 L^2}{n^2} \right),$$

$$D \pm 2 = D_0 \left(1 \pm \frac{2dL}{n} + \frac{4d_1 L^2}{n^2} \right).$$

Setzt man:

$$\frac{d L D_0}{n} = A; \quad \frac{d_1 L^2 \cdot D_0}{n^2} = A_1.$$

so wird allgemein:

$$D_{\pm h} = D_0 \pm h \cdot A + h^2 A_1,$$

und das in Rechnung zu ziehende (D):

$$(D) = D_0 + \frac{n^2}{40} \left(A_1 - \frac{2A^2}{D_0} \right).$$

Danach sind die benutzten Werthe für die Dicke berechnet. Ich gebe der Kürze halber nur die Resultate der Beobachtungen und Rechnungen an. Die Dicken habe ich bei den längeren Stäbchen an 36, bei den kürzeren an 28 Stellen gemessen, nämlich in vier Punktreihen parallel der Längsaxe, von denen zwei nahe der Mitte (auf verschiedenen Seiten), zwei nahe den Kanten der Breitseiten lagen.

Die Breiten wurden für dieselben Querschnitte gemessen, also an 18, resp. 14 Stellen. Aus den sämmtlichen dafür gefundenen Werthen ist das Mittel genommen, welches der Kürze halber allein mitgetheilt ist.

Die Einrichtung des zur Messung der Biegungen dienenden Apparates ist wesentlich folgende:

Zwei messingene Schneiden, welche die Enden des Stäbchens tragen sollen, können auf einer festen Schiene einander parallel verschoben werden, um Stäbchen verschiedener Länge zu tragen. Die Schiene ist angebracht auf der Grundplatte eines Kastens von dickem Kupferblech, welcher die Schneiden umgibt. Ein in einen Bügel gefasster, abgerundeter stählerner Buckel, an dem eine zur Aufnahme der Belastungsgewichte bestimmte Wagschale vermittelst eines Stahldrahts angreift, wird auf die Mitte des Stäbchens aufgesetzt. Oben am erwähnten Bügel befindet sich eine Oese, durch welche ein sehr feiner, sorgfältig ausgeglüheter Metaldraht geht, dessen beide Enden nach oben hin über Rollen führen und über diese herabhängend mit Gewichtchen beschwert sind. An den Axen dieser Rollen sind die Ableitungsspiegel den Axen parallel in der Weise befestigt, dass bei der Biegung des Stäbchens und Senkung des Bügels die Spiegel nach entgegengesetzten Richtungen ausschlagen. Der an den Bügel angeschraubte, in einen Haken endigende Stahldraht trägt ein Gewichtchen, welches so gewählt ist, dass im unbelasteten Zustande der Buckel mit geringer Kraft auf

das Stäbchen gedrückt wird, wodurch man eine grössere Stabilität des Ruhepunktes erreicht.

In der mittleren Entfernung von 4176 mm von den Spiegeln war zwischen Decke und steinernem Fussboden ein Pfahl eingeklemmt, welcher ein Tischchen zur Aufnahme des Beobachtungsfernrohres trug. Die Scala war vertical am Pfahl in einer solchen Höhe befestigt, dass sich die Mitte derselben etwa in der gleichen Horizontalebene mit den Spiegelmittelpunkten und der Fernrohraxe befand. Die Spiegel konnten durch Schrauben mit Hülfe einer laterna magica so gerichtet werden, dass sie beide zugleich bei Bewegung der Rollenaxen Bilder nach dem Fernrohr entsandten.

Eine einfache Vorrichtung (Klingelzug) gestattete, das Stäbchen vom Sitze aus ohne Erschütterung zu belasten und bis auf den Druck des Bügels, der sehr gering war, wieder zu entlasten.

Der Kupferkasten war bis auf die Grundfläche mit dickem Filz belegt, um den Wärmeabfluss bei der Erhitzung möglichst zu verhindern. Die Erwärmung geschah langsam durch zwei unter den Kasten gestellte Wobbe-Brenner. An der Seite ragten zwei Thermometer in den Kasten hinein, das eine oberhalb, das andere unterhalb des Stäbchens in gleichen Abständen von demselben. Da nun die Temperatur im Kasten als lineare Function der Höhe angesehen werden konnte, so gab das Mittel aus den beiden Thermometerständen ziemlich sicher die wirkliche Temperatur des Stäbchens an. Der Stand der Thermometer wurde durch ein besonderes Fernrohr abgelesen.

Ich unterlasse nicht hervorzuheben, dass alle Umstände, welche Fehlerquellen für die Beobachtungen liefern konnten, sorgfältig erwogen und nach Möglichkeit vermieden sind.

Ein besonderes, von Hrn. Prof. Voigt ersonnenes Verfahren¹⁾ gestattete, die Reibung der Rollenaxen in ihren Lagern genau zu bestimmen. Der Reibungswerth ist mit ρ bezeichnet.

1) W. Voigt, Pogg. Ann. Ergbd. 7. p. 1 und 189. 1876.

Hier ist noch zu reden von dem Einfluss, welchen die Schneiden, wenn sie nicht fest in ihrer Schiene laufen, auf die Beobachtung ausüben können. Ich habe diese Fehlerquelle bei verschiedenen Belastungen und für die verschiedenen Längen, die benutzt wurden, geprüft und sehr geringe Werthe dafür erhalten, wie die am betreffenden Orte darüber mitgetheilten Zahlen beweisen. Den von den Schneiden herrührenden Fehler habe ich als σ bezeichnet.

Berechnung der Beobachtungen.

Die Werthe, welche in den Tabellen für die Biegungen angegeben sind, stellen das Mittel dar aus vier bis zehn Ablesungen; sie sind in Scalentheilen (Millimetern) angegeben. Die Temperatur wurde von einer Ablesung bis zur nächsten jedesmal um etwa $8-15^{\circ}$ C. geändert. Aus den für beliebige Temperaturen beobachteten Biegungen habe ich die wahrscheinlichen Werthe derselben für die Vielfachen von 10° berechnet, indem ich annahm, dass innerhalb der überhaupt erreichbaren Genauigkeit in dem Intervall zwischen je zwei auf einander folgenden Ablesungen die Aenderung der Ausschläge als lineare Function der Temperatur angesehen werden könne. Daraus sind dann die Biegungen für gleiche Belastungen und Längen und für die Beziehung $B.(D)^3 = 1$ der Vergleichung halber berechnet und in den mitgetheilten Tafeln enthalten (Biegungen noch in Scalentheilen ausgedrückt). Aus den für die verschiedenen Stäbchen erhaltenen Werthen ist das Mittel genommen, und aus diesen Mitteln sind später die Elasticitätscoëfficienten berechnet.

Mit Hülfe eines Mikrometermikroskops, dessen Trommel in 200 Theile getheilt war, von denen 1009 einem Millimeter entsprachen, wurde die Biegung einiger Stäbchen für Zimmertemperatur direct gemessen und so der Werth eines Scalentheils als 0,000 61 mm bestimmt.

Die in Rechnung zu ziehende Länge des Stäbchens war durch ein zwischen die Schneiden gelegtes, genau abgemessenes Messingblech bestimmt. [Das benutzte Kathetometer gestattete, 0,02 mm abzulesen].

Die Stäbchen derjenigen Gattungen, bei welchen die elastische Nachwirkung gering war, habe ich nacheinander mit beiden Breitseiten aufgelegt und in den entsprechenden beiden Lagen für Zimmertemperatur untersucht. Aus den dafür sich ergebenden zwei Werthen ist das Mittel genommen und die halbe Differenz auch bei den Beobachtungen in der einen bevorzugten Lage für höhere Temperaturen berücksichtigt. Der Werth dieser Differenz überstieg selten, für grosse Ausschläge, einen Scalentheil.

Von jeder Gattung wurde eine grössere Anzahl von Stäbchen [2 bis 8] beobachtet und dadurch der Einfluss von Unregelmässigkeiten im Material, wie sie bei den Legirungen leicht auftreten, nach Möglichkeit beseitigt.

Während das Vorstehende sich auf das gesammte benutzte Material bezieht, verdienen Zink und Zinn noch eine besondere Betrachtung wegen der bei diesen Metallen stark auftretenden Erscheinung des

Rückstandes und der elastischen Nachwirkung.

Die einem Körper von beliebigen innerhalb der Elasticitätsgrenze liegenden Druckkräften mitgetheilten Dilatationen zerfallen in zwei Arten: die eine Art verschwindet, sobald die Druckkräfte zu wirken aufhören, und heisst darum die elastische Dilatation. Die zweite Art verschwindet nicht nach der Entfernung der Druckkräfte und heisst darum der Rückstand oder die dauernde Dilatation. In Bezug auf die letztere gelten die Gesetze, dass sie mit wachsender Temperatur zunimmt, und dass alle Druckkräfte, welche in derselben Richtung auf den Körper wirken wie diejenigen, welche die dauernde Dilatation hervorgebracht haben, und geringere Intensität besitzen als jene, keinen neuen Beitrag zur dauernden Dilatation liefern. Daher ist man innerhalb der von den ersteren grösseren Druckkräften geschaffenen Elasticitätsgrenze bei der Beobachtung von dem Rückstande völlig frei. Dieses Gesetz habe ich bei den Zink- und Zinnstäbchen, bei welchen der Rückstand sehr erheblich war, angewendet und dieselben daher mit einem grösseren Gewichte durchgebogen, als nachher aufgelegt werden sollte. Nach den

Untersuchungen von Coulomb¹⁾, Lagerhjelm²⁾, W. Voigt³⁾ wird der Werth des Elasticitätscoëfficienten durch mechanische Veränderungen der Substanz und daher wahrscheinlich auch durch den Rückstand nicht beeinflusst.

Von der elastischen Nachwirkung, welche mit dem Rückstande im engsten Zusammenhange steht, kann man sich aber nicht ganz freimachen. Diese Erscheinung ist dadurch charakterisirt, dass die dauernde Dilatation nach dem Belasten nicht gleich ihren definitiven Werth erreicht, sondern langsam einem gewissen Werthe asymptotisch zustrebt und nach dem Entlasten ebenso abnimmt. Sie ist um so grösser, je grösser das zuletzt aufgelegte Gewicht war, und dies ist ein Nachtheil, den die Methode der Elimination des vom Rückstande herrührenden Fehlers im Gefolge hat, der sich aber nicht vermeiden lässt.

Um eine Vorstellung von der Grösse der elastischen Nachwirkung bei Zink und Zinn zu geben, theile ich einige darüber angestellte Beobachtungen mit:

Zink.

[Mittel der Beobachtungen an acht Stäbchen.] $P = 31,5$ g.

Bei 10° in $30''$ etwa 0,8 Scalentheile

"	50	"	"	"	6,5	"
"	80	"	"	"	19	"

Zinn.

1. $P = 31,5$ g. $t = 20^\circ$. Ausschlag: 74 Scalentheile.

Belastet: in 1' im Mittel 3,8 Scalentheile

Entlastet: " " " " 2,6 "

$t = 90^\circ$. Ausschlag: 85 Scalentheile.

Belastet: in $30''$ im Mittel 16,9 Scalentheile

Entlastet: " " " " 13,5 "

2. $P = 61,5$ g. $t = 18^\circ$. Ausschlag: 105,3 Scalentheile.

Belastet: in 1' im Mittel 11,1 Scalentheile

" 5 " " 16,6 "

Entlastet: " 1 " " 3,3 "

" 5 " " 7,4 "

1) Coulomb, *Traité de phys.*

2) Lagerhjelm, *Pogg. Ann.* 13. p. 406. 1828.

3) W. Voigt, *Dissertation* p. 25.

3. $P = 111,5 \text{ g}$. $t = 12,1^\circ$. Ausschlag: 222,1 Scalentheile.

Belastet: in 1' im Mittel 13 Scalentheile

	"	2	"	"	19,4	"
Entlastet:	"	1	"	"	10,4	"
	"	2	"	"	12,2	"
	"	3	"	"	13,4	"
	"	4	"	"	14,6	"
	"	5	"	"	16,2	"

$t = 90^\circ$. Ausschlag: 327 Scalentheile.

Belastet: in 30" im Mittel 58 Scalentheile

Entlastet:	"	30	"	"	20,3	"
	"	2'	"	"	36,4	"
	"	3	"	"	40,5	"

Aus diesen Angaben geht hervor, dass bei Zink und Zinn die elastische Nachwirkung bei Anwendung einer grösseren Belastung recht erheblich ist, und dass sie ferner mit wachsender Temperatur ausserordentlich zunimmt. Dadurch wurde die Beobachtung sehr erschwert und eine schnelle Ablesung namentlich bei höherer Temperatur erforderlich. Die elastische Nachwirkung ist auch der Grund dafür, dass der Reibungswerth ρ bei diesen Metallen zum Theil von demjenigen bei den anderen abweicht.

Ich habe vollständige Beobachtungen am Zink bei drei verschiedenen Belastungen angestellt, nämlich bei:

$$P = Sa + 100 \text{ g}, \quad P = Sa + 50 \text{ g}, \quad P = Sa + 30 \text{ g},$$

$$[Sa\text{-Gewicht der Wagschale} = 11,503 \text{ g}]$$

und dabei hinreichende Uebereinstimmung der Resultate erhalten. Es mögen hier der Kürze halber nur die bei $P = Sa + 30 \text{ g}$ angestellten Beobachtungen als die genauesten mitgetheilt werden (dies war in Anbetracht der elastischen Nachwirkung die passendste Belastung). Bei Zinn wählte ich als passende Belastung $P = Sa + 20 \text{ g}$; die Stäbchen der anderen Gattungen, bei welcher die elastische Nachwirkung gering war, sind fast durchweg mit $P = Sa + 100 \text{ g}$ belastet worden.

Es mag noch erwähnt werden, dass Erschütterungen der Stäbchen, welche erfahrungsmässig die elastische Nachwirkung nicht unwesentlich vergrössern, nach Möglichkeit vermieden

sind. Ich wurde jedoch durch die vielen vorüberfahrenden Wagen, welche das an einer verkehrreichen Strasse gelegene physikalische Institut erschütterten und die Stellungen der Spiegel zuweilen etwas änderten, unangenehm gestört.

Das specifische Gewicht s und die chemische Beschaffenheit oder Zusammensetzung sind bei jeder Reihe angegeben.

Die Aetzung mit einer Säure wurde angewandt, um das Material auf Dichtigkeit des Gefüges und Homogenität hin zu prüfen. Die verschieden stark angeätzten Flächen wurden zu dem Zwecke mit einem Mikroskop untersucht.

I. Zink.

Die untersuchten Zinkstäbchen sind aus einem grösseren Gussblocke geschnitten, welchen ich mir selbst aus chemisch reinem Material unter besonderen Vorsichtsmaassregeln hergestellt habe. Stücke von stark krystallinischem Gefüge waren nicht zu gebrauchen, und deshalb habe ich mir Mühe gegeben, möglichst unkrystallinisches und homogenes Material zu erhalten. Während die auf gewöhnliche Weise geschmolzenen Blöcke, die langsam erkalten, ebenso wie die zum Schmelzen verwendeten Platten ein starkes krystallinisches Gefüge und Krystallflächen bis zur Länge von 7 mm zeigten, erschienen die Stücke, welche ich unter fortwährendem starken Rühren schnell erkalten liess, wenig krystallinisch und zur Untersuchung geeignet.

Wegen der elastischen Nachwirkung konnte ich bei Zink nicht wohl über 80° C. hinausgehen.

Die Analyse des Zinks ergab, wie auch zu erwarten war, absolute Reinheit des Metalles.

Auch zeigte sich bei der Anätzung das Zink vollständig dicht und fehlerfrei.

Der von der Beweglichkeit der Schneiden herrührende Fehler σ wurde dadurch bestimmt, dass ich bei unveränderter Belastung die Länge etwa gleich dem zehnten Theile der bei den Beobachtungen angewandten wählte. Die für diese verkürzte Länge etwa noch auftretenden Ausschläge gaben den Fehler der Schneiden an.

Für Zn ergab sich $\sigma = 0,2$ Scalentheile für die angewandte Belastung (Mittel aus acht Beobachtungen). Diese Grösse ist von den beobachteten Ausschlägen zu subtrahiren. Reibung ρ war $= 0,8$.

In den folgenden Tabellen bezeichnen:

T_m die mittlere Temperatur, welche sich auf einen Satz von Beobachtungen (4—10) bezieht;

B_m Summa aus mittlerer Biegung und mittlerer Reibung ρ , vermindert um σ ;

(D) die in Rechnung zu ziehende Dicke;

B " " " " " Breite;

l " " " " " Länge;

P die angewandte Belastung;

S_a das Gewicht der Wagschale $= 11,5$ g;

s das specifische Gewicht.

Der mittlere Abstand von Spiegel und Scala betrug 4176 mm.

Die Biegungen der Zinkstäbchen.

$$P = S_a + 30 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad s = 7,115 \quad \sigma = 0,2.$$

Zn Nr. 1. (D) = (1485 Trommeltheile) = 1,496 mm;

B = (5941,4) = 5,985 mm.

$T_m = 10,0 \quad 18,7 \quad 28,7 \quad 40,5 \quad 49,4 \quad 61,7 \quad 69,8 \quad 84,5^\circ$

$B_m = 38,9 \quad 39,4 \quad 39,8 \quad 40,5 \quad 40,8 \quad 41,7 \quad 42,3 \quad 43,0$

Zn Nr. 2. (D) = (1444,4) = 1,455 mm; (B) = (5953,2) = 5,997 mm.

$T_m = 14,8 \quad 22,0 \quad 30,0 \quad 41,5 \quad 51,9 \quad 63,1^\circ$

$B_m = 42,9 \quad 43,1 \quad 43,5 \quad 44,6 \quad 45,5 \quad 46,5$

Zn Nr. 3. (D) = (1440,4) = 1,454 mm; (B) = (5969,2) = 6,013 mm.

$T_m = 11,1 \quad 21,8 \quad 31,8 \quad 37,6 \quad 52,6 \quad 63,4 \quad 71,1 \quad 82,5^\circ$

$B_m = 42,8 \quad 43,3 \quad 43,8 \quad 43,9 \quad 44,7 \quad 45,2 \quad 46,1 \quad 47,1$

Zn Nr. 4. (D) = (1475,2) = 1,486 mm; (B) = (5959,9) = 6,004 mm.

$T_m = 12,4 \quad 15,9 \quad 20,5 \quad 31,5 \quad 41,4 \quad 51,7 \quad 60,0 \quad 84,2^\circ$

$B_m = 39,7 \quad 40,0 \quad 40,3 \quad 41,1 \quad 41,8 \quad 42,3 \quad 43,4 \quad 45,0$

Zn Nr. 5. (D) = (1463,8) = 1,475 mm; (B) = (5959,8) = 6,004 mm.

$T_m = 10,2 \quad 19,0 \quad 32,0 \quad 40,8 \quad 50,5 \quad 60,7 \quad 73,3 \quad 80,0^\circ$

$B_m = 40,5 \quad 41,3 \quad 41,9 \quad 42,4 \quad 42,9 \quad 43,7 \quad 44,7 \quad 45,6$

Zn Nr. 6. (D) = (1364,3) = 1,374 mm; (B) = (5952,7) = 5,997 mm.

$T_m = 14,0 \quad 20,2 \quad 29,7 \quad 41,7 \quad 50,0 \quad 58,6 \quad 71,4^\circ$

$B_m = 50,5 \quad 51,8 \quad 51,8 \quad 52,7 \quad 53,8 \quad 54,9 \quad 56,0$

40*

Zn Nr. 7. (D) = (1482,1) = 1,493 mm; (B) = (5945,6) = 5,989 mm.

Tm = 14,0 19,1 29,4 39,7 51,5 59,5 69,6°

Bm = 39,4 39,8 40,3 41,0 41,6 42,6 43,4

Zn Nr. 8. (D) = (1491,8) = 1,503 mm; (B) = (5950,8) = 5,995 mm.

Tm = 13,9 22,2 29,3 41,5 51,9 62,5 72,2°

Bm = 38,8 39,4 39,7 40,4 41,2 42,0 42,9

Die in Klammern angegebenen Werthe für die Dimensionen (D) und B stellen dieselben in Trommeltheilen des Sphärometers dar.

Der Vergleichung halber mögen die Biegungen (welche hier noch in Scalentheilen angegeben sind) sämmtlich auf den Fall $B(D)^3 = 1$ reducirt werden. Der Ausdruck für die Biegung:

$$\eta = \frac{P \cdot L^3}{4E \cdot B(D)^3}$$

geht dann über in:

$$\eta_{11} = B(D)^3 \cdot \eta = \frac{P \cdot L^3}{4E}$$

Biegungen, berechnet für $B \cdot (D)^3 = 1$;
ferner für 10° und die Vielfachen.

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
Zn 1	779,0	790,4	798,2	810,0	818,0	833,1	846,9	868,9
Zn 2	788,1	795,1	804,3	822,1	838,3	853,8	—	—
Zn 3	789,7	798,6	806,9	812,6	822,4	830,2	849,6	865,6
Zn 4	778,8	792,2	807,4	821,2	829,7	854,1	867,9	880,7
Zn 5	779,6	795,6	804,6	815,4	824,2	841,0	854,1	877,6
Zn 6	779,3	798,2	806,6	816,7	836,6	854,8	869,6	—
Zn 7	781,3	793,7	804,1	817,0	824,0	849,1	867,7	—
Zn 8	783,2	797,9	808,5	819,7	830,3	850,6	868,6	—
Mittel	782,4	795,2	805,1	816,9	828,0	845,8	860,6	(873,2)

Es folgen jetzt die Beobachtungen an einer Reihe von verschiedenen Legirungen aus Zink und Kupfer, welche bis auf eine einzige, die ich selbst herstellte, von einem guten Giesser besorgt sind. Die gegossenen Blöcke sind unter den erwähnten Vorsichtsmaassregeln angefertigt.

a. Cu-Zn Legirung, mit *M* gezeichnet (vom Giesser)

 Analyse { Cu 77,71 Proc. ; spec. Gewicht $s = 8,460$.
 { Zn 22,29 „

Das Material war sehr biegsam; der Bruch erschien wenig krystallinisch und homogen. Bei der Aetzung der Flächen ergab sich völlige Dichtigkeit.

 Biegungen der Cu-Zn-Legirung *M*.

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,5.$$

Die mit einem * bezeichneten Zahlen bedeuten hier wie im Folgenden die halbe Differenz der für die beiden Lagen des Stäbchens beobachteten Ausschläge; dieselben sind berücksichtigt.

M Nr. 1. (D) = (1201,9) = 1,211 mm; B = (6007,4) = 6,052 mm.

T_m = 24,3 31,9 41,9 50,4 61,3 70,6 84,4 97,6

B_m = 207,8 208,0 208,9 209,7 210,6 211,6 212,7 213,9 * +1,0

M Nr. 2. (D) = (1312,9) = 1,323 mm; B = (5545,3) = 5,586 mm.

T_m = 20,5 29,0 40,2 50,1 61,9 68,9 81,2 96,7

B_m = 181,1 181,5 181,8 182,6 183,5 184,1 184,9 185,8 * +0,2

M Nr. 3. (D) = (1248,8) = 1,258 mm; B = (6009,0) = 6,053 mm.

T_m = 19,4 30,2 41,1 50,7 60,2 71,0 84,3 97,1

B_m = 178,8 179,2 179,6 180,3 181,0 181,8 182,9 183,9 * -0,4

M Nr. 4. (D) = (1304,8) = 1,314 mm; B = (5647,1) = 5,689 mm.

T_m = 20,2 30,5 39,8 49,8 61,3 73,4 85,7 96,2

B_m = 168,7 169,2 169,5 170,1 170,7 171,3 172,3 173,1 * 0

Biegungen, berechnet für 10° und die Vielfachen
 $B \cdot (D)^3 = 1$.

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
M_1	2230	2234	2242	2252	2260	2272	2281	2290	2299
M_2	2340	2346	2350	2360	2370	2380	2388	2396	2403
M_3	2179	2185	2190	2198	2204	2212	2220	2230	2240
M_4	2149	2154	2160	2167	2176	2184	2195	2205	2213
Mittel	2225	2230	2235	2244	2252	2262	2271	2280	2289

 b. Cu-Zn-Legirung *D* (vom Giesser). $s = 8,228$.

 Analyse: { Cu 58,52 Proc.
 { Zn 41,48 „

Die Substanz war biegsam und sehr fest; der Bruch fein, unkrystallinisch, homogen. Die Aetzung zeigte, abge-

sehen von mikroskopischen Gussblasen, genügende Dichtigkeit und Homogenität.

Biegungen der Cu-Zn-Legirung D.

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,5.$$

$$D \text{ Nr. 1. } (D) = (1539,9) = 1,551 \text{ mm}; \quad B = (6022,3) = 6,067 \text{ mm.}$$

$$Tm = 19,0 \quad 31,8 \quad 40,1 \quad 47,4 \quad 61,2 \quad 75,6 \quad 87,5 \quad 98,7$$

$$Bm = 102,9 \quad 103,1 \quad 103,1 \quad 103,1 \quad 103,6 \quad 104,0 \quad 104,7 \quad 105,7 \quad * -0,7$$

$$D \text{ Nr. 2. } (D) = (1473,3) = 1,484 \text{ mm}; \quad B = (5781,0) = 5,824 \text{ mm.}$$

$$Tm = 22,8 \quad 39,2 \quad 51,8 \quad 65,4 \quad 76,6 \quad 87,7 \quad 100,6 \quad -$$

$$Bm = 128,3 \quad 128,6 \quad 128,9 \quad 129,3 \quad 129,8 \quad 130,3 \quad 130,9 \quad - \quad * -0,4$$

$$D \text{ Nr. 3. } (D) = (1501,0) = 1,512 \text{ mm}; \quad B = (5877,2) = 5,92 \text{ mm.}$$

$$Tm = 19,2 \quad 33,8 \quad 40,1 \quad 50,3 \quad 63,3 \quad 78,8 \quad 95,1 \quad - \quad * -0,2$$

$$Bm = 120,8 \quad 120,8 \quad 121,0 \quad 121,4 \quad 122,1 \quad 122,4 \quad 123,3 \quad -$$

$$D \text{ Nr. 4. } (D) = (1540,9) = 1,552 \text{ mm}; \quad B = (5036,4) = 5,073 \text{ mm.}$$

$$Tm = 23,0 \quad 35,4 \quad 40,5 \quad 50,7 \quad 60,2 \quad 68,9 \quad 83,3 \quad 98,8$$

$$Bm = 181,3 \quad 131,5 \quad 131,7 \quad 132,0 \quad 132,3 \quad 132,6 \quad 133,1 \quad 133,8 \quad * -1,3$$

$$D \text{ Nr. 5. } (D) = (1538,1) = 1,549 \text{ mm}; \quad B = 5417,0 = 5,457 \text{ mm.}$$

$$Tm = 23,0 \quad 33,5 \quad 42,7 \quad 54,2 \quad 61,5 \quad 70,2 \quad 81,3 \quad 90,0 \quad 98,1$$

$$Bm = 117,9 \quad 118,1 \quad 118,3 \quad 118,4 \quad 118,5 \quad 118,9 \quad 119,3 \quad 119,9 \quad 120,5 \quad * +0,5$$

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
D Nr. 1.	2331	2334	2335	2337	2344	2351	2361	2377	2396
D Nr. 2.	2441	2443	2448	2454	2458	2464	2473	2480	2491
D Nr. 3.	2470	2472	2477	2485	2495	2502	2508	2518	2528
D Nr. 4.	2491	2493	2498	2504	2510	2516	2524	2531	2540
D Nr. 5.	2393	2396	2399	2402	2405	2412	2421	2433	2447
Mittel	2425	2428	2431	2436	2443	2449	2457	2468	2480

c. Cu-Zn-Legirung C.

Den Guss habe ich selbst besorgt unter Anwendung der bei Zink erwähnten Vorsichtsmaassregeln.

$$\text{Analyse } \begin{cases} \text{Cu } 48,03 \text{ Proc.} \\ \text{Zn } 51,97 \text{ „} \end{cases} \quad s = 8,215.$$

Die spröde Substanz besass nicht ganz die gewünschte Homogenität, war aber wenig krystallinisch.

Die Aetzung zeigte das Vorhandensein sehr kleiner Gussblasen.

Hiervon waren mir später die eigentlichen Beobachtungstabellen verloren gegangen, und gebe ich darum gleich an:

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0
 $B \cdot (D)^3 = 1.$

C Nr. 1. $D = (1497,5) = 1,509$ mm; $B = (5958,2) = 6,002$ mm.

C Nr. 2. $D = (1480,9) = 1,492$ mm; $B = (5869,5) = 5,913$ mm.

$P = Sa + 200$ g $l = 68,16$ mm $\sigma = 0,4$ $\rho = 0,6.$

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
C Nr. 1.	2586	2598	2605	2612	2620	2628	2636	2645	2652	2661
C Nr. 2.	2586	2596	2604	2611	2623	2632	2641	2655	2667	2679
Mittel	2586	2597	2604	2612	2622	2630	2638	2650	2659	2670

Der Sprödigkeit wegen waren beim Schleifen von dieser Gattung mehrere Stäbchen zerbrochen.

d. Cu-Zn-Legirung A (vom Giesser).

Analyse $\left\{ \begin{array}{l} \text{Cu } 46,88 \text{ Proc.} \\ \text{Zn } 53,12 \text{ " } \end{array} \right. \quad s = 8,167.$

Die spröde und feste Substanz hatte einen reinen Bruch; bei der Aetzung der Flächen zeigten sich mikroskopische Blasen und Sprünge.

Biegungen der Cu-Zn-Legirung A.

$B = Sa + 100$ g $l = 78,01$ mm $\sigma = 0,3$ $\rho = 0,5.$

A Nr. 1. $(D) = (1734,4) = 1,747$ mm; $B = (6123,0) = 6,168$ mm.

$Tm = 22,0$ 37,6 49,3 60,2 69,5 79,9 94,9 100,5

$Bm = 70,6$ 70,3 70,0 70,3 70,5 71,1 71,7 71,9 * +0,3

A Nr. 2. $(D) = (1737,8) = 1,751$ mm; $B = (6010,0) = 6,054$ mm.

$Tm = 19,2$ 31,0 45,8 58,2 65,3 72,1 80,8 98,8

$Bm = 66,5$ 66,3 66,6 66,6 66,8 67,1 67,7 68,9 * -0,5

A Nr. 3. $(D) = (1719,2) = 1,732$ mm; $B = (5274,4) = 5,313$ mm.

$Tm = 19,8$ 33,9 42,2 53,5 66,4 80,3 92,9 100,1

$Bm = 86,3$ 86,3 86,4 86,2 86,1 86,7 87,8 88,3 * -0,1

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0
 $B \cdot (D)^3 = 1$.

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
A Nr. 1.	2311	2317	2311	2303	2311	2319	2339	2352	2365
A Nr. 2.	2162	2152	2159	2166	2164	2178	2198	2217	2240
A Nr. 3.	2382	2382	2385	2381	2378	2380	2393	2415	2437
Mittel	2285	2284	2285	2282	2284	2292	2310	2328	2347

e. Cu-Zn-Legirung N (vom Giesser). $s = 8,127$.

Analyse: { Cu 45,06 Proc.
 { Zn 54,94 „

Die sehr spröde und feste Substanz hatte einen feinen und reinen Bruch; die Aetzung ergab vollständige Dichtigkeit; von Blasen und Sprüngen war keine Spur zu erkennen.

Biegungen der Cu-Zn-Legirung N.

$P = Sa + 100 g$ $l = 78,01 \text{ mm}$ $\sigma = 0,3$ $\rho = 0,5$.

N Nr. 1. $(D) = (1543,1) = 1,554 \text{ mm}$; $B = (6070,1) = 6,115 \text{ mm}$.
 $Tm = 24,3$ 31,8 36,5 48,8 61,3 72,7 81,0 90,1 101,0
 $Bm = 77,4$ 76,4 76,5 76,9 77,8 78,5 79,2 79,7 80,2 * +0,1

N Nr. 2. $(D) = (1462,8) = 1,474 \text{ mm}$; $B = (6064,7) = 6,109 \text{ mm}$.
 $Tm = 22,7$ 30,6 37,3 45,2 54,3 61,4 71,1 81,8 91,2 98,4
 $Bm = 94,0$ 94,1 94,1 93,9 94,0 93,9 94,7 95,7 96,3 96,7 * -0,7

N Nr. 3. $(D) = (1502,7) = 1,514 \text{ mm}$; $B = (4972,6) = 5,009 \text{ mm}$.
 $Tm = 22,1$ 32,0 40,6 52,3 60,9 71,8 79,5 88,1 100,0
 $Bm = 103,5$ 103,6 103,6 103,6 104,0 104,4 104,7 105,4 105,9 * +0,4

N Nr. 4. $(D) = (1483,5) = 1,494 \text{ mm}$; $B = (5863,0) = 5,906 \text{ mm}$.
 $Tm = 20,0$ 32,7 45,1 55,4 67,1 79,5 88,5 97,7
 $Bm = 91,7$ 91,9 92,0 92,5 92,8 93,0 93,6 94,1 * +0,3

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0
 $B \cdot (D)^3 = 1$.

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
N Nr. 1.	1782	1760	1758	1768	1784	1799	1818	1831	1841
N Nr. 2.	1845	1839	1838	1837	1836	1849	1866	1881	1893
N Nr. 3.	1799	1800	1800	1800	1806	1813	1820	1834	1840
N Nr. 4.	1807	1810	1812	1814	1826	1829	1833	1846	1859
Mittel	1808	1802	1802	1805	1813	1822	1834	1848	1858

Es folgen zwei Sorten von Messingstäbchen, welche von untergeordneter Bedeutung sind und daher in aller Kürze behandelt werden. Diese wurden hergestellt aus gewalztem, dickem Messingblech.

f. Cu-Zn-Legirung Messing I. $s = 8,404$.

Analyse: $\begin{cases} \text{Cu } 65,38 \text{ Proc.} \\ \text{Zn } 34,48 \text{ „} \end{cases}$ also fast rein.

Der Bruch erschien rein und feinkörnig; bei der Aetzung zeigten sich winzige Gussbläschen.

Ich gebe von dieser Gattung gleich an:

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10°

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,4.$$

Nr. 1. $(D) = (1333,0) = 1,343 \text{ mm}; B = (6034,4) = 6,079 \text{ mm}.$

Nr. 2. $(D) = (1346,0) = 1,356 \text{ mm}; B = (6088,2) = 6,133 \text{ mm}.$

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Nr. 1.	2036	2043	2050	2057	2066	2076	2087	2094	2102	2109
Nr. 2.	1993	1999	2006	2013	2021	2029	2039	2048	2059	2066
Mittel	2014	2021	2028	2035	2042	2052	2063	2071	2080	2088

g. Cu-Zn-Legirung Messing II. $s = 8,506$.

Analyse: $\begin{cases} \text{Cu } 66,03 \text{ Proc.} \\ \text{Zn } 33,95 \text{ „} \end{cases}$ also fast rein.

Diese Sorte liegt der vorigen sehr nahe. Der Bruch war gleichfalls rein und feinkörnig. Bei der Aetzung zeigten sich winzige Gussbläschen.

Auch hiervon gebe ich gleich an:

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10°

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,5.$$

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Nr. 1.	2074	2079	2085	2091	2098	2105	2115	2123	2134	2145
Nr. 2.	1928	1934	1941	1949	1956	1965	1970	1975	1984	1993
Mittel	2001	2007	2013	2020	2027	2035	2043	2049	2059	2069

III. Kupfer.

a. 1. Reihe chemisch rein, wenig krystallinisch, gegossen, ungewalzt $s = 8,759$. Auf den Flächen einiger Stäbchen zeigte sich eine Anzahl von deutlichen Gussblasen; die Aetzung mit einer Säure ergab, dass sich die Gussblasen durch die ganze Masse erstreckten. Der beobachtete Elastitätscoefficient ist daher unsicher und wahrscheinlich zu klein. Ich habe mir viel Mühe gegeben, möglichst homogene und dichte Kupferklötze zu erhalten, indem ich den Guss von reinem galvanoplastisch niedergeschlagenen Kupfer zu wiederholten Malen sowohl selbst versuchte als auch einen bewährten Giesser ausführen liess; es ist mir indess nicht gelungen. Wenn das geschmolzene Kupfer nicht gleich während des Erkaltes einem sehr starken Druck ausgesetzt, oder geradezu gewalzt wird, werden sich wohl immer zahlreiche Blasen im Gusse vorfinden.

Biegungen der Gattung Cu a.

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,5.$$

Nr. 1. $(D) = (1874,1) = 1,384 \text{ mm}$; $B = (5935,7) = 5,979 \text{ mm}$.

$$\begin{array}{l} Tm = 21,5 \quad 33,3 \quad 43,7 \quad 53,4 \quad 64,5 \quad 71,5 \quad 88,0 \quad 98,5 \\ Bm = 124,2 \quad 124,8 \quad 125,1 \quad 125,4 \quad 126,2 \quad 126,7 \quad 127,2 \quad 127,8 \quad * - 0,2 \end{array}$$

Nr. 2. $(D) = (1294,6) = 1,304 \text{ mm}$; $B = (5938,8) = 5,983 \text{ mm}$.

$$\begin{array}{l} Tm = 23,3 \quad 33,2 \quad 45,7 \quad 51,3 \quad 61,0 \quad 72,2 \quad 81,7 \quad 99,2 \\ Bm = 156,3 \quad 156,9 \quad 157,6 \quad 158,0 \quad 158,5 \quad 159,2 \quad 159,8 \quad 160,9 \quad * + 0,2 \end{array}$$

Nr. 3. $(D) = (1358,7) = 1,369 \text{ mm}$; $B = (5174,6) = 5,213 \text{ mm}$.

$$\begin{array}{l} Tm = 23,5 \quad 34,3 \quad 42,2 \quad 54,6 \quad 64,3 \quad 72,8 \quad 85,7 \quad 99,7 \\ Bm = 150,0 \quad 150,5 \quad 151,0 \quad 151,6 \quad 152,2 \quad 152,9 \quad 153,7 \quad 154,5 \quad * + 1,5 \end{array}$$

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Cu 1.	1968	1976	1982	1987	1996	2007	2013	2019	2028
Cu 2.	2071	2079	2087	2095	2108	2110	2119	2127	2136
Cu 3.	2002	2009	2016	2023	2031	2041	2050	2057	2064
Mittel	2014	2021	2028	2035	2043	2053	2059	2068	2076

b. 2. Reihe von Cu-Stäbchen. $s = 8,859$. Die Stäbchen dieser Gattung sind aus dickem gewalzten Cu-Blech

hergestellt. Der Bruch erschien wenig krystallinisch und hinreichend homogen. Bei der Aetzung zeigte sich die Substanz rein, dicht und homogen.

Die Analyse ergab absolute Reinheit.

Biegungen der Gattung Cu b.

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,5.$$

Nr. 1. $(D) = (1094,0) = 1,102 \text{ mm}; B = (5866,6) = 5,91 \text{ mm}.$

$$Tm = 23,9 \quad 34,0 \quad 42,8 \quad 53,8 \quad 67,0 \quad 80,1 \quad 85,5 \quad 100,9$$

$$Bm = 229,9 \quad 230,6 \quad 231,1 \quad 231,9 \quad 233,4 \quad 234,7 \quad 235,3 \quad 237,0 \quad * - 2,0$$

Nr. 2. $(D) = (1154,1) = 1,163 \text{ mm}; B = (5066,4) = 5,104 \text{ mm}.$

$$Tm = 23,5 \quad 38,9 \quad 45,2 \quad 53,0 \quad 60,5 \quad 76,7 \quad 86,9 \quad 98,5$$

$$Bm = 218,3 \quad 219,6 \quad 220,1 \quad 220,6 \quad 221,2 \quad 222,9 \quad 224,1 \quad 225,4 \quad * - 0,1$$

Nr. 3. $(D) = (1110,5) = 1,119 \text{ mm}; B = (5836,6) = 5,903 \text{ mm}.$

$$Tm = 21,7 \quad 30,1 \quad 37,7 \quad 54,3 \quad 65,0 \quad 70,5 \quad 84,0 \quad 101,4$$

$$Bm = 214,6 \quad 215,1 \quad 215,5 \quad 216,8 \quad 217,8 \quad 218,3 \quad 219,7 \quad 221,5 \quad * + 1,4$$

Nr. 4. $(D) = (1152,0) = 1,161 \text{ mm}; B = (5886,5) = 5,930 \text{ mm}.$

$$Tm = 19,5 \quad 25,0 \quad 34,2 \quad 40,7 \quad 53,0 \quad 63,9 \quad 79,6 \quad 97,6$$

$$Bm = 190,0 \quad 190,7 \quad 191,3 \quad 191,6 \quad 192,3 \quad 193,3 \quad 194,7 \quad 195,8 \quad * + 0,4$$

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Nr. 1.	1817	1822	1827	1832	1840	1848	1857	1865	1874
Nr. 2.	1750	1756	1763	1769	1775	1783	1792	1801	1810
Nr. 3.	1789	1794	1799	1805	1813	1821	1829	1837	1846
Nr. 4.	1758	1762	1767	1773	1780	1788	1796	1802	1808
Mittel	1779	1784	1789	1794	1802	1810	1818	1826	1834

c. 3. Serie von Cu-Stäbchen. $s = 8,839.$

Diese Stäbchen, welche mir Hr. Prof. Voigt freundlichst zur Verfügung stellte, sind aus einer dicken Platte von galvanoplastisch niedergeschlagenem Kupfer geschnitten und sind daher chemisch rein, aber auch ziemlich krystallinisch.

Biegungen der Gattung Cu c.

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 54,89 \text{ mm} \quad \sigma = 0,2 \quad \rho = 0,5.$$

Nr. 1. $(D) = (1012,3) = 1,02 \text{ mm}; B = (5439,4) = 5,479 \text{ mm}.$

$$Tm = 10,1 \quad 24,9 \quad 37,6 \quad 42,6 \quad 51,2 \quad 59,4 \quad 71,3 \quad 84,4 \quad 99,7 \quad 112,6$$

$$Bm = 106,2 \quad 108,5 \quad 109,4 \quad 109,7 \quad 110,5 \quad 111,0 \quad 111,8 \quad 112,4 \quad 113,9 \quad 114,4 \quad * - 0,2$$

Nr. 2. (D) = (1026,2) = 1,034 mm; B = (3940,9) = 3,97 mm.
 Tm = 12,6 26,1 36,9 46,1 52,2 59,6 74,8 86,4 91,5 99,3
 Bm = 142,8 144,0 144,8 146,5 147,3 148,1 148,8 149,6 150,1 151,9 *+0,2

Nr. 3. (D) = (978,8) = 0,981 mm; B = (5425,2) = 5,465 mm.
 Tm = 10,7 22,8 30,0 42,4 52,5 59,5 69,4 78,7 91,4 98,0
 Bm = 118,9 120,6 122,2 123,9 125,3 126,1 126,8 127,5 128,5 129,0 *+0,6

Nr. 4. (D) = (1039,7) = 1,047 mm; B = (3822,0) = 3,85 mm.
 Tm = 12,4 27,3 35,4 45,3 54,0 60,6 74,8 82,1 90,0 99,7
 Bm = 139,5 141,0 142,3 143,7 144,8 145,4 146,9 147,5 148,2 149,2 *-1,5

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0
 $B \cdot (D)^3 = 1.$

	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0	90^0	100^0
Nr. 1	617	625	632	636	641	645	649	652	657	662
Nr. 2	625	629	633	640	645	650	651	655	657	666
Nr. 3	613	620	630	637	645	650	655	658	662	667
Nr. 4	617	619	625	629	638	643	648	651	656	660
Mittel	618	623	630	636	642	647	651	654	658	664

IV. Zinn. $s = 7,164.$

Die fünf zur Beobachtung verwendeten Stäbchen sind aus zwei verschiedenen Klötzen hergestellt, deren jeder unter den angegebenen Vorsichtsmaassregeln gegossen war. Es gehören im Folgenden Nr. 1, 2, 3 und Nr. 4, 5 zusammen.

Das Material erwies sich bei der Analyse als rein; bis auf einige sehr kleine Gussblasen war das Gefüge dicht.

Biegungen von Zinn.

$$P = Sa + 20 \text{ g} \quad \sigma = 0,2 \quad \rho = 0,4.$$

Sn Nr. 1. (l = 78,01 mm); (D) = (1456,8) = 1,468 mm; B = (6136,2) = 6,181 mm.

Tm = 8,2 13,8 22,6 40,4 54,2 68,6 86,5

Bm = 65,1 65,4 66,3 71,0 74,5 80,7 90,6

Sn Nr. 2. (l = 78,01 mm); (D) = (1362,6) = 1,373 mm; B = (6115,8) = 6,161 mm.

Tm = 9,1 25,0 44,6 53,7 63,1 86,1

Bm = 87,5 91,6 99,3 103,7 108,1 126,9

Sn Nr. 3. (l = 78,01 mm); (D) = (1422,3) = 1,433 mm; B = (6102,7) = 6,148 mm.

Tm = 9,8 23,3 39,3 49,8 58,4 76,3 92,5

Bm = 73,1 74,9 78,7 82,1 86,9 95,8 105,3

Sn Nr. 4. (l = 68,16 mm); (D) = (1427,5) = 1,438 mm; B = (6307,2) = 6,354 mm.

Tm = 14,5 17,5 33,3 47,6 58,8 64,6 79,8 99,0

Bm = 48,1 49,0 51,1 55,0 57,4 60,4 64,9 77,6

Sn Nr. 5. ($l=68,16$ mm); (D)=(1883,4)=1,394 mm; $B=(6246,8)=6,293$ mm.

$T_m = 12,0 \quad 24,8 \quad 36,4 \quad 43,2 \quad 54,0 \quad 65,8 \quad 79,7 \quad 94,1$

$B_m = 56,4 \quad 59,0 \quad 63,4 \quad 64,8 \quad 67,8 \quad 73,3 \quad 78,9 \quad 84,9$

Stäbchen Nr. 4 und 5 wurden vor der Beobachtung mit 100 g durchgebogen. Die Gestalt der Zinnstäbchen war wegen der Weichheit des Materials, welche das Schleifen schwierig machte, etwas unregelmässiger als bei den anderen.

In der zweiten umgekehrten Lage habe ich bei den Zinnstäbchen keine Beobachtungen angestellt, da aus einem Versuche hervorzugehen schien, dass durch die nach der zweiten Seite hin geschaffene Elasticitätsgrenze die elastische Nachwirkung und der Rückstand für Beobachtungen in der ersten Lage eine Vergrösserung erfuhren.

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10°

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Sn 1	1274	1291	1321	1384	1434	1495	1588	1707	1819	—
Sn 2	1399	1440	1487	1559	1621	1687	1788	1951	2081	—
Sn 3	1327	1346	1378	1427	1487	1587	1670	1769	1877	—
Sn 4	1373	1401	1430	1499	1575	1639	1759	1841	1983	—
Sn 5	1430	1480	1544	1645	1703	1788	1919	2017	2126	—
Mittel	1361	1391	1432	1503	1564	1639	1745	1857	1977	—

V. Legirungen von Kupfer und Zinn.

Die Blöcke, woraus die Stäbchen geschnitten sind, habe ich selbst gegossen.

a. Cu-Sn-Legirung A. $s = 8,580$.

Die Substanz war biegsam, und der Bruch erschien homogen. Auch beim Aetzen mit einer Säure zeigte sich das Gefüge dicht und homogen. Beim Auflösen in einer Säure fanden sich indessen Spuren von Kohlentheilchen vor.

Analyse: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Cu } 89,76 \text{ Proc.} \\ \text{Sn } 10,20 \text{ „} \end{array} \right.$

Das Stäbchen Nr. 1 dieser Gattung war etwas verbogen, und theile ich deshalb die Beobachtungen an demselben nicht mit.

Biegungen der Gattung A.

$$P = Sa + 50 \text{ g} \quad l = 78,01 \text{ mm} \quad \sigma = 0,2 \quad \rho = 0,5.$$

$$A \text{ Nr. 2. } (D) = (1508,4) = 1,52 \text{ mm}; \quad B = (5832,1) = 5,875 \text{ mm.}$$

$$T_m = 17,4 \quad 27,0 \quad 40,9 \quad 50,8 \quad 58,6 \quad 70,5 \quad 87,8 \quad 100,3$$

$$B_m = 60,7 \quad 61,5 \quad 61,8 \quad 62,6 \quad 62,8 \quad 63,2 \quad 63,5 \quad 64,3 \quad * +0,2$$

$$A \text{ Nr. 3. } (D) = (1459,2) = 1,47 \text{ mm}; \quad B = (6015,7) = 6,06 \text{ mm.}$$

$$T_m = 17,6 \quad 33,8 \quad 43,2 \quad 53,4 \quad 60,9 \quad 82,9 \quad 101,0$$

$$B_m = 64,2 \quad 64,5 \quad 65,2 \quad 65,4 \quad 65,7 \quad 66,5 \quad 67,3 \quad * +0,2$$

$$A \text{ Nr. 4. } (D) = (1469,2) = 1,48 \text{ mm}; \quad B = (5931,2) = 5,994 \text{ mm.}$$

$$T_m = 18,0 \quad 31,5 \quad 40,1 \quad 52,7 \quad 62,5 \quad 81,5 \quad 100,3$$

$$B_m = 63,1 \quad 63,6 \quad 64,4 \quad 64,5 \quad 65,1 \quad 65,8 \quad 66,4 \quad * -0,3$$

$$A \text{ Nr. 5. } (D) = (1495,0) = 1,506 \text{ mm}; \quad B = (5840,6) = 5,884 \text{ mm.}$$

$$T_m = 17,1 \quad 31,8 \quad 41,1 \quad 48,2 \quad 62,7 \quad 80,2 \quad 99,0$$

$$B_m = 62,0 \quad 62,9 \quad 63,1 \quad 63,3 \quad 63,6 \quad 64,3 \quad 64,9 \quad * -0,1$$

$$A \text{ Nr. 6. } (D) = (1513,9) = 1,525 \text{ mm}; \quad B = (5867,6) = 5,911 \text{ mm.}$$

$$T_m = 18,8 \quad 35,4 \quad 49,1 \quad 59,1 \quad 70,0 \quad 77,5 \quad 85,9 \quad 97,5$$

$$B_m = 59,5 \quad 60,2 \quad 61,1 \quad 61,7 \quad 62,1 \quad 62,5 \quad 62,8 \quad 63,4 \quad * +0,6$$

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0	90^0	100^0
A Nr. 2.	1240	1257	1269	1280	1289	1297	1302	1307	1316	1327
A Nr. 3.	1230	1238	1239	1252	1258	1268	1272	1276	1285	1294
A Nr. 4.	1223	1229	1236	1248	1253	1262	1271	1279	1286	1291
A Nr. 5.	1240	1248	1261	1267	1274	1276	1283	1292	1299	1306
A Nr. 6.	1240	1248	1256	1267	1281	1291	1302	1315	1322	1331
Mittel	1234	1244	1252	1263	1271	1279	1286	1294	1300	1310

b. Cu-Sn-Legirung B. $s = 8,679$.

$$\text{Analyse: } \begin{cases} \text{Cu } 49,97 \text{ Proc.} \\ \text{Sn } 50,02 \text{ „} \end{cases}$$

Die Substanz war so spröde, dass von einer grösseren Zahl von zum Schleifen aufgekitteten Stäbchen nur zwei ganz blieben. Der Bruch war unkrystallinisch und homogen. Gussblasen waren nicht zu bemerken.

Biegungen der Gattung B.

$$P = Sa + 50 \text{ g} \quad l = 47,58 \quad \sigma = 0,2 \quad \rho = 0,6.$$

$$B \text{ Nr. 1. } (D) = (891,8) = 0,898 \text{ mm}; \quad B = (6400,6) = 6,448 \text{ mm.}$$

$$T_m = 5,9 \quad 14,4 \quad 21,1 \quad 32,3 \quad 41,0 \quad 50,5 \quad 59,2 \quad 75,0 \quad 89,5 \quad 97,2$$

$$B_m = 57,0 \quad 57,6 \quad 58,1 \quad 58,7 \quad 59,2 \quad 59,7 \quad 60,2 \quad 61,4 \quad 62,5 \quad 63,1 \quad * +0,5$$

B Nr. 2. $(D) = (947,0) = 0,954$ mm; $B = (6599,1) = 6,628$ mm.

$Tm = 8,2 \ 20,7 \ 37,9 \ 53,3 \ 59,9 \ 69,2 \ 84,7 \ 90,1 \ 100,4$

$Bm = 46,0 \ 46,7 \ 47,5 \ 48,3 \ 48,6 \ 49,0 \ 49,8 \ 50,1 \ 50,6$ *+0,3

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$B \cdot (D)^3 = 1$; $P = 100$ g; $l = 100$ mm.

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
B Nr. 1.	4829	4891	4940	4981	5031	5080	5143	5208	5274	5336
B Nr. 2.	4780	4836	4881	4930	4986	5034	5076	5141	5192	5249
Mittel	4808	4864	4911	4955	5009	5057	5110	5174	5233	5292

c. Cu-Sn-Legirung C. $s = 8,314$.

Analyse: { Cu 41,23 Proc.
Sn 58,75 "

Der Bruch war unkrystallinisch und homogen. Die Substanz war ebenfalls sehr spröde, und von mehreren aufgekitteten Stäbchen blieben nur noch zwei übrig. Gussblasen waren nicht zu erkennen.

Biegungen der Gattung C.

$P = Sa + 20$ g $l = 54.94$ mm $\sigma = 0,2$ $\rho = 0,6$.

C Nr. 1. $(D) = (1025,5) = 1,033$ mm; $B = (6603,0) = 6,652$ mm.

$Tm = 6,7 \ 14,8 \ 22,2 \ 38,5 \ 56,9 \ 68,5 \ 81,3 \ 98,8$

$Bm = 35,3 \ 36,0 \ 36,2 \ 37,0 \ 37,7 \ 38,3 \ 39,0 \ 40,3$ *-0,1

C Nr. 2. $(D) = (988,4) = 0,996$ mm; $B = (6538,7) = 6,587$ mm.

$Tm = 8,9 \ 19,0 \ 28,7 \ 40,1 \ 49,2 \ 56,7 \ 70,5 \ 79,3 \ 91,2 \ 101,1$

$Bm = 39,7 \ 40,2 \ 40,6 \ 41,0 \ 41,4 \ 41,7 \ 42,4 \ 42,7 \ 43,2 \ 43,6$ *-0,2

Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$B \cdot (D)^3 = 1$; $P = 100$ g; $l = 100$ mm.

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
C Nr. 1.	5028	5071	5136	5202	5256	5315	5390	5467	5567	5666
C Nr. 2.	4946	5009	5058	5106	5151	5205	5270	5316	5368	5420
Mittel	4987	5040	5097	5154	5204	5260	5330	5391	5467	5543

d. Cu-Sn-Legirung D. $s = 8,927$.

Analyse: { Cu 67,06 Proc.
Sn 32,91 "

Die Substanz besass bei sehr grosser Härte ebenfalls ausgezeichnete Sprödigkeit. Der Bruch war ebenfalls krystallinisch. Gussblasen waren nicht zu bemerken.

Biegungen der Gattung *D*.

$$\sigma = 0,3 \quad \rho = 0,5.$$

D Nr. 1. $P = Sa + 100 \text{ g}$; $l = 68,16 \text{ mm}$; $\ast + 0,6$.

$(D) = (1295,4) = 1,305 \text{ mm}$; $B = (6319,7) = 6,366 \text{ mm}$.

$Tm = 10,8 \quad 21,1 \quad 36,7 \quad 50,3 \quad 61,5 \quad 72,1 \quad 83,4 \quad 92,7 \quad 101,2$

$Bm = 83,5 \quad 83,7 \quad 84,1 \quad 84,4 \quad 84,7 \quad 84,9 \quad 85,2 \quad 85,4 \quad 85,6$

D Nr. 2. $P = Sa + 100 \text{ g}$; $l = 54,95 \text{ mm}$; $\ast - 0,2$.

$(D) = (1306,0) = 1,316 \text{ mm}$; $B = (6401,8) = 6,449 \text{ mm}$.

$Tm = 7,8 \quad 21,2 \quad 33,8 \quad 41,0 \quad 53,6 \quad 69,5 \quad 83,6 \quad 99,5$

$Bm = 44,4 \quad 44,5 \quad 44,6 \quad 44,7 \quad 44,9 \quad 45,2 \quad 45,3 \quad 45,6$

D Nr. 3. $P = Sa + 100 \text{ g}$; $l = 68,16 \text{ mm}$; $\ast - 0,2$.

$(D) = (1330,8) = 1,34 \text{ mm}$; $B = (6121,9) = 6,167 \text{ mm}$.

$Tm = 11,0 \quad 22,3 \quad 34,4 \quad 45,7 \quad 51,5 \quad 68,1 \quad 80,5 \quad 91,0 \quad 103,4$

$Bm = 83,8 \quad 84,1 \quad 84,3 \quad 84,5 \quad 84,6 \quad 85,1 \quad 85,3 \quad 85,6 \quad 85,9$

Biegungen, berechnet für 10^0 und die Vielfachen

$$B(D)^3 = 1 \quad P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 68,16 \text{ mm}.$$

	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0	90^0	100^0
D_1	1181	1184	1187	1191	1194	1197	1201	1204	1207	1211
D_2	1243	1246	1250	1254	1257	1262	1266	1268	1275	1279
D_3	1244	1248	1251	1253	1256	1260	1262	1267	1271	1274
Mittel	1223	1226	1230	1233	1236	1239	1243	1246	1251	1254

Aus den mittleren Biegungen, welche noch in Scalentheilen angegeben waren, werden weiter die Elasticitätscoefficienten der Biegung nach der Formel:

$$E = \frac{P \cdot L^3}{4 \eta \cdot B \cdot (D)^3} = \frac{P \cdot L^3}{4 \eta_1}$$

berechnet und in Millionen Grammen ausgedrückt. η_1 bedeutet die Biegung, welche der Beziehung $B \cdot (D)^3 = 1$ entspricht. Der absolute Werth eines Scalentheiles wurde mit Hülfe eines Mikrometermikroskopes, wie schon erwähnt ist, $= 0,00061 \text{ mm}$ bestimmt.

Aus den Beobachtungen geht hervor, dass es in der Regel genügt, für Temperaturen zwischen 0 und 100° den Elasticitätscoëfficienten E_t als lineare Function von t darzustellen, also zu setzen:

$$E_t = E_0 (1 - \alpha \cdot t),$$

wenn E_0 den Werth von E bedeutet, welcher $t=0$ entspricht. E_0 und α sind aus den Werthen von E_t , welche aus den für die Vielfachen von 10° berechneten Biegungen hergeleitet werden, nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, und ich habe die daraus nach der Formel sich ergebenden Werthe von E_t unter die beobachteten gesetzt. In dieser Weise habe ich der Vergleichung halber die Rechnung für alle Gattungen von Stäbchen durchgeführt und nachher für die drei Gattungen Zinn und Cu-Zn-Legirungen A und N allein E_t in Form einer Function zweiten Grades dargestellt.

Die Elasticitätscoëfficienten.

Es ist mir nicht gelungen, brauchbare Legirungen mit weit überwiegendem Zn- und Sn-Gehalt herzustellen. Auch der Giesser hat solche Compositionen wiederholt (zum Theil zehnmal) herzustellen versucht, aber vergeblich, denn die eingesandten Gussblöcke erwiesen sich sämmtlich als unbrauchbar, weil sehr viele Gussblasen vorhanden waren.

Ich habe mich bemüht, mit Hülfe eines Sclerometers die Härte der untersuchten Metalle und Legirungen zu bestimmen, theile jedoch die numerischen Resultate dieser Versuche nicht mit, da der mir zur Verfügung stehende Apparat keine solche Genauigkeit gewährte, wie sie bei guten Härtemessungen erforderlich ist. Es war aus diesen Versuchen jedoch zu entnehmen, dass die Härte der Legirungen nur zum Theil zwischen den Härten der sie bildenden einfachen Metalle lag, während sie bei einigen über dies Intervall hinausging.

Zur Vergleichung und zur besseren Uebersicht der Resultate der letzten Tabellen stelle ich folgende Werthe nochmals zusammen (Siehe Tabelle p. 644):

	Analyse	Spec. Gew.	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Zink	Chemisch rein	7,115	beob. ber.	10,3 ₄₄ 10,3 ₃₃	10,1 ₄₈ 10,1 ₀₈	10,0 ₃₃ 10,0 ₁₅	9,8 ₇₈ 9,8 ₆₁	9,7 ₄₇ 9,7 ₀₈	9,5 ₄ 9,5 ₃₈	9,3 ₇₇ 9,3 ₅₈	9,2 ₄₁ 9,2 ₄₄	—	—
				$E = E_0(1 - \alpha t)$		$E_0 = 10,477 \cdot 10^6$			$\alpha = 14,71 \cdot 10^{-4}$				(8,8 ₃₁)
Cu-Zn Legirung N	Zn 54,94 Cu 45,06	8,127	beob. ber.	— 12,1 ₇₅	11,9 ₀₈ 12,0 ₃₅	12,0 ₃₃ 12,0 ₁₅	12,0 ₃₁ 11,9 ₀₅	12,0 ₁₃ 11,9 ₀₅	11,9 ₅₉ 11,9 ₀₅	11,8 ₉₆ 11,8 ₈	11,8 ₃₉ 11,8 ₁₅	11,7 ₃₃ 11,7 ₇	11,6 ₀₇ 11,5 ₂₅
						$E_0 = 12,175 \cdot 10^6$			$\alpha = 3,69 \cdot 10^{-4}$				
Cu-Zn Legirung A	Zn 53,12 Cu 46,88	8,166	beob. ber.	— 9,6 ₀₈	9,4 ₃₉ 9,5 ₄₈	9,4 ₉₂ 9,5 ₁₈	9,4 ₄₉ 9,4 ₃₈	9,4 ₀₉ 9,4 ₅₈	9,4 ₀ 9,4 ₃₈	9,4 ₅₇ 9,5 ₀₈	9,3 ₉₇ 9,3 ₆₈	9,3 ₁₃ 9,3 ₀₃	9,2 ₃₅ 9,2 ₀₃
						$E_0 = 9,603 \cdot 10^6$			$\alpha = 3,11 \cdot 10^{-4}$				
Cu-Zn Legirung C	Zn 51,97 Cu 48,03	8,215	beob. ber.	— 10,6 ₁₃	10,5 ₀₃ 10,5 ₇	10,5 ₃₂ 10,5 ₃₄	10,5 ₀₃ 10,4 ₉₉	10,4 ₃₃ 10,4 ₉₁	10,4 ₂₈ 10,4 ₂₅	10,3 ₉₆ 10,3 ₈₉	10,3 ₆₁ 10,3 ₅	10,3 ₁₄ 10,3 ₁₀	10,2 ₇₅ 10,2 ₂
						$E_0 = 10,613 \cdot 10^6$			$\alpha = 3,41 \cdot 10^{-4}$				
Cu-Zn Legirung D	Zn 41,48 Cu 58,52 Spur Pl	8,228	beob. ber.	— 9,0 ₁₂	8,9 ₄ 8,9 ₆₂	8,9 ₁₇ 8,9 ₁₂	8,8 ₉₉ 8,8 ₉₂	8,8 ₇₆ 8,8 ₆₃	8,8 ₅₂ 8,8 ₃₈	8,8 ₂₂ 8,8 ₁₃	8,7 ₈₁ 8,7 ₈₃	8,7 ₄₁ 8,7 ₄₄	8,7 ₁₁ 8,7 ₀₄
						$E_0 = 9,013 \cdot 10^6$			$\alpha = 2,75 \cdot 10^{-4}$				
Cu-Zn Legirung M	Zn 22,27 Cu 77,71	8,46	beob. ber.	— 9,8 ₃	9,7 ₄₈ 9,7 ₅₉	9,7 ₃₃ 9,7 ₃₅	9,6 ₉₉ 9,6 ₉₉	9,6 ₉₂ 9,6 ₈₄	9,6 ₂₆ 9,6 ₁₉	9,5 ₃₄ 9,5 ₈₄	9,5 ₄₇ 9,5 ₄₃	9,5 ₀₈ 9,5 ₁₃	9,4 ₇₃ 9,4 ₇₉
						$E_0 = 9,83 \cdot 10^6$			$\alpha = 3,59 \cdot 10^{-4}$				
Messing Nr. 1 gewalzt	Zn 34,58 Cu 65,38	8,404	beob. ber.	— 10,8 ₁₈	10,7 ₃₈ 10,7 ₃₁	10,6 ₂₂ 10,6 ₈₈	10,6 ₅₁ 10,6 ₁₅	10,6 ₁ 10,6 ₆₂	10,5 ₈₁ 10,5 ₅₈	10,5 ₁₁ 10,5 ₁₅	10,4 ₈₈ 10,4 ₇₂	10,4 ₂₂ 10,4 ₂₈	10,3 ₄₄ 10,3 ₈₅
						$E_0 = 10,818 \cdot 10^6$			$\alpha = 4,0 \cdot 10^{-4}$				

Spec. Gew.

Analyse

Spec. Gew.

Analyse

	Analyse	Spec. Gew.		0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Messing II.	Zn 83,95 Cu 66,03	8,506	beob. ber.	— 10,8 ₈₁	10,8 ₃₃ 10,8 ₄₃	10,8 ₆₅ 10,7 ₆₇	10,7 ₆₉ 10,7 ₇₂	10,7 ₉₄ 10,7 ₉₉	10,6 ₉₇ 10,6 ₉₁	10,6 ₈₆ 10,6 ₅₃	10,6 ₁₄ 10,6 ₁₅	10,5 ₇₈ 10,5 ₇₇	10,5 ₂₇ 10,5 ₂₉	10,5 ₆₄ 10,5 ₉₁
Kupfer I. ungewalzt (löcherich)	Chemisch rein	8,76	beob. ber.	— 10,8 ₄₇	— 10,7 ₆₉	10,7 ₆₉ 10,7 ₆₇	10,7 ₁₃ 10,6 ₈₈	10,6 ₈₃ 10,6 ₈₈	10,6 ₅₃ 10,6 ₄₃	10,6 ₁₁ 10,6 ₅₃	10,5 ₆ 10,5 ₃₅	10,5 ₄₃ 10,4 ₈₄	10,4 ₄₃ 10,4 ₄₄	$\alpha = 3,49 \cdot 10^{-4}$
Kupfer II. gewalzt	Chemisch rein	8,86	beob. ber.	— 12,2 ₉₈	12,2 ₄ 12,2 ₅₁	12,1 ₈₇ 12,0 ₆₄	12,1 ₅₄ 12,1 ₃₈	12,1 ₁₉ 12,1 ₁₁	12,0 ₆₅ 12,0 ₆₄	12,0 ₃ 12,0 ₁₇	11,9 ₇₉ 11,9 ₇₁	11,9 ₂₃ 11,9 ₄₄	11,8 ₇₇ 11,8 ₇₇	$\alpha = 3,72 \cdot 10^{-4}$
Kupfer III galvanoplaet. niedergeschl.	Chemisch rein	8,936	beob. ber.	— 12,3 ₉₆	12,2 ₅₅ 12,2 ₄₄	12,1 ₅₃ 12,1 ₃₁	12,0 ₂ 11,9 ₃₉	11,9 ₁₆ 11,9 ₃₅	11,7 ₉₃ 11,8 ₄₄	11,7 ₀₃ 11,7 ₅₁	11,6 ₉₉ 11,6 ₅₉	11,5 ₈ 11,5 ₆₃	11,5 ₀₈ 11,3 ₉₁	$\alpha = 3,80 \cdot 10^{-4}$
Cu-Sn Legirung A	Cu 89,76 Sn 10,20	8,58	beob. ber.	— 9,7 ₃	9,6 ₈₈ 9,6 ₉₉	9,6 ₁₄ 9,5 ₆₇	9,5 ₄₈ 9,5 ₄₇	9,4 ₇ 9,4 ₈₃	9,4 ₁₁ 9,4 ₂₅	9,3 ₅₁ 9,3 ₆₆	9,2 ₉₇ 9,2 ₄₃	9,2 ₄ 9,1 ₈₁	9,1 ₉₈ 9,1 ₂	$\alpha = 6,27 \cdot 10^{-4}$
Cu-Sn Legirung D	Cu 67,06 Sn 32,91	8,93	beob. ber.	— 11,8 ₆₃	11,7 ₉₈ 11,7 ₉₇	11,7 ₉₁ 11,7 ₆₄	11,7 ₃₁ 11,7 ₃₁	11,7 ₀₁ 11,6 ₈₃	11,6 ₇₇ 11,6 ₈₃	11,6 ₆₇ 11,6 ₈₄	11,6 ₉₄ 11,6 ₉₁	11,6 ₀₆ 11,5 ₉₃	11,5 ₆ 11,5 ₃₂	$\alpha = 3,21 \cdot 10^{-4}$
Cu-Sn Legirung B	Cu 49,97 Sn 50,02	8,68	beob. ber.	— 8,6 ₀₅	8,5 ₂₅ 8,5 ₁₉	8,4 ₂₁ 8,4 ₃₃	8,3 ₄ 8,3 ₄₇	8,2 ₆₅ 8,2 ₆₁	8,1 ₇₇ 8,1 ₇₅	8,0 ₉₉ 8,0 ₉₈	8,0 ₁₅ 8,0 ₃	7,9 ₁₅ 7,9 ₇	7,8 ₃₆ 7,7 ₁₅	$\alpha = 9,99 \cdot 10^{-4}$
Cu-Sn Legirung C	Cu 41,28 Sn 58,75	8,314	beob. ber.	— 8,3 ₁₁	8,2 ₃₃ 8,2 ₃₁	8,1 ₃₆ 8,1 ₃₀	8,0 ₃₆ 8,0 ₄	7,9 ₄₇ 7,9 ₄₉	7,8 ₇ 7,8 ₉₉	7,7 ₈₈ 7,7 ₉₈	7,6 ₄ 7,5 ₉₈	7,5 ₉₇ 7,4 ₉₇	7,4 ₉₁ 7,4 ₆₆	$\alpha = 10,89 \cdot 10^{-4}$
Zinn	Chemisch rein	7,164	beob. ber.	— 4,7 ₆₈	4,5 ₀₁ 4,4 ₉₈	4,4 ₀₉ 4,2 ₇₈	4,2 ₇₇ 4,0 ₅	4,0 ₅ 3,8 ₆	3,9 ₁₅ 3,8 ₆	3,7 ₉₈ 3,6 ₈	3,5 ₁ 3,3 ₅	3,2 ₉₈ 3,3 ₃₀	3,0 ₉₇ 3,1 ₄₈	$\alpha = 37,78 \cdot 10^{-4}$

	Analyse	Spec. Gewicht		E_0		Con- traction	Dila- tation	$\alpha \cdot 10^{-4}$
		beob.	ber.	beob.	ber.			
Zn	rein	7,115	—	10,4 ₇₇	—	—	—	14,71
Cu-Zn N	Zn 54,94	8,127	7,821	12,1 ₇₅	11,2 ₉₉	0,306	—	3,69
	Cu 45,06							
Cu-Zn A	Zn 53,12	8,166	7,852	9,6 ₀₈	11,3 ₈₈	0,314	—	3,11
	Cu 46,88							
Cu-Zn C	Zn 51,97	8,215	7,873	10,6 ₄₃	11,3 ₅₂	0,341	—	3,41
	Cu 48,03							
Cu-Zn D	Zn 41,48	8,228	8,063	9,0 ₁₂	11,5 ₄₈	0,165	—	2,75
	Cu 58,52							
Cu-Zn M	Zn 22,29	8,46	8,437	9,8 ₂	11,8 ₉₅	0,033	—	3,59
	Cu 77,71							
*Messing I	Zn 34,58	8,404	8,188	10,8 ₁₈	11,6 ₈₈	0,216	—	4,00
	Cu 65,38							
*Messing II	Zn 33,95	8,506	8,2	10,8 ₉₁	11,6 ₈₂	0,306	—	3,49
	Cu 66,03							
Cu I	rein	8,76	—	10,8 ₄₇	—	—	—	3,72
*Cu II	rein	8,86	Mittel 8,9	12,2 ₉₈	Mittel 12,3 ₀₂	—	—	3,8
Cu III galv.	rein	8,936		12,3 ₀₈		—	—	7,52
Cu-Sn A	Cu 89,76	8,58	8,704	9,7 ₃	11,5 ₂₀	—	0,124	6,27
	Sn 10,20							
Cu-Sn D	Cu 67,06	8,927	8,267	11,8 ₈₈	9,8 ₂₁	0,66	—	3,21
	Sn 32,91							
Cu-Sn B	Cu 49,97	8,679	7,938	8,6 ₈₈	8,5 ₈₃	0,741	—	9,99
	Sn 50,02							
Cu-Sn C	Cu 41,23	8,314	7,792	8,3 ₁₁	7,8 ₇₅	0,522	—	10,89
	Sn 58,75							
Sn	rein	7,164	—	4,768	—	—	—	37,77

Die vorstehende Tabelle gibt in der Columnen

1. Die chemische Beschaffenheit oder Zusammensetzung.
2. Das spezifische Gewicht, und zwar sowohl das durch Beobachtung gefundene, als auch das aus der Formel für das spezifische Gewicht einer Legirung:

$$S = \frac{100}{\frac{A}{a} + \frac{B}{b}}$$

berechnete. A, B bedeuten darin den Procentgehalt der beiden einfachen Metalle, a und b deren specifisches Gewicht.

3. Die Differenz beider, welche die Grösse der Dilatation oder Contraction angibt.

4. Den Elasticitätscoefficienten E , und zwar sind neben die aus den Beobachtungen abgeleiteten Werthe von E bei den Legirungen noch die aus den Elasticitätscoefficienten der Bestandtheile berechneten gesetzt.

5. Den Coefficienten α der linearen Aenderung mit der Temperatur.

[Die mit einem * bezeichneten Gattungen sind gewalzt.]

Unter den untersuchten Substanzen nehmen drei eine besondere Stelle ein, weil bei ihnen eine lineare Function für die Aenderung von E mit t nicht ausreicht. Dies sind Sn und die Cu-Zn-Legirungen A und N . Nach einer Function zweiten Grades berechnet, lassen sich die Elasticitätscoefficienten dieser Gattungen folgendermassen darstellen:

$$\begin{aligned}\text{Sn } E &= E_0 [1 - 0,00311 t - 0,000 004 2 t^2], \\ \text{Cu-Zn } A \text{ } E &= E_0 [1 + 0,00067 t - 0,000 008 2 t^2], \\ \text{Cu-Zn } N \text{ } E &= E_0 [1 + 0,00047 t - 0,000 007 1 t^2].\end{aligned}$$

Diese beiden Cu-Zn-Legirungen A, N , deren Zusammensetzung nahezu übereinstimmt, verhalten sich bezüglich der Aenderung von E mit t ganz ähnlich; auffallend ist es, dass bei ihnen E für Temperaturen von 0 bis 60° nahezu constant ist.

Bei der dritten dieser Ausnahmen (Sn) waren die Beobachtungen für höhere Temperaturen, wie schon hervorgehoben wurde, infolge der sehr beträchtlichen elastischen Nachwirkung ausserordentlich schwierig, und deswegen ist es nicht ausgeschlossen, dass die Biegungen für höhere Temperaturen zu gross gemessen sind, also auch die Aenderung von E mit t zu gross gefunden wurde. Es ist darum nicht unmöglich, dass nach Elimination dieses schwer zu beseitigenden

Fehlers eine lineare Function wenigstens für Temperaturen bis zu 100° genügen würde.

Bei der Vergleichung ziehe ich als Elasticitätscoefficienten von Cu den Mittelwerth $12,3_{02}$ der Gattungen Cu II und Cu III in Betracht, weil E für das ungewalzte Kupfer (Cu I) wegen ungenügender Dichtigkeit mit einem Fehler behaftet und zu klein gefunden ist.

Was zunächst Zn betrifft, so ist auffällig, dass der Elasticitätscoefficient dieses Metalls auf $10,4_{77}$ (für 0°) liegt, während die früheren Beobachtungen darüber, welche sämmtlich mit Drähten angestellt sind, ihn als etwa 8,7 ergeben haben, also 1,7 niedriger. Ich habe die Zn-Stäbchen aus diesem Grunde mit grosser Sorgfalt bei verschiedenen Belastungen und Längen untersucht und keine wesentlichen Abweichungen gefunden, sodass dem angegebenen Werthe volle Bedeutung beizulegen ist.

Die Tabelle zeigt, dass unter den sieben Cu-Zn-Legierungen sich nur vier befinden (darunter die beiden Sorten von reinem gewalzten Messing), bei welchen E zwischen den Elasticitätscoefficienten von Zn und Cu liegt, während E bei den drei übrigen unter demjenigen von Zn bleibt. Es lassen sich demnach, besonders da die Legirung mit grösstem Cu-Gehalt fast den kleinsten, diejenige mit kleinstem Cu-Gehalt fast den grössten Elasticitätscoefficienten besitzt, die Cu-Zn-Legierungen in dieser Hinsicht in keine Reihe ordnen. Am meisten fallen die grossen Abweichungen auf, welche die Gattungen *N*, *A*, *C* zeigen, deren Elasticitätscoefficienten entsprechend $12,1_{75}$, $9,6_{08}$, $10,6_{43}$ sind, während doch ihre Zusammensetzung fast dieselbe ist. Ich habe für diese auffallende Erscheinung keinen befriedigenden Grund gefunden; es ist möglich, dass die Bildung der Legirung, die Art des Erstarrens, die Temperatur der Mischung u. dgl. einen bedeutenden, schwer zu erkennenden Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften der Legirung ausüben. Die Dichtigkeit und Homogenität dieser drei Gattungen war allerdings wesentlich verschieden, bei der Legirung *N* vollständig befriedigend, bei den beiden anderen mangelhaft. Beobachtungsfehler sind ausgeschlossen, da die Biegungen wiederholt an

gestellt wurden, und zwar ohne merkliche Abweichungen zu zeigen.

Bei dieser ganzen Reihe ist eine Contraction eingetreten, welche von 0,033 bis 0,341 schwankt, wodurch die Thatsache, dass der Elasticitätscoefficient einiger Legirungen unter demjenigen von Zn liegt, noch auffälliger wird, denn verschiedene Versuche¹⁾ haben ergeben, dass der Elasticitätscoefficient einer Substanz durch alle Umstände, welche die Dichtigkeit erhöhen, ebenfalls vergrössert wird.

Ebensowenig lassen sie sich nach der Grösse der Aenderung mit der Temperatur in eine Reihe bringen. Der Coefficient α der linearen Aenderung von E mit t zeigt bei den verschiedenen Legirungen nur verhältnissmässig geringe Abweichungen. Dass die Aenderung von E beim galvanoplastisch niedergeschlagenen Cu bedeutend grösser ist als bei den beiden anderen reinen Cu-Sorten, wird durch die mehr krystallinische Structur erklärt.

Anders verhalten sich die Cu-Sn-Legirungen. Bei allen diesen liegt E zwischen den Elasticitätscoefficienten von Cu und Sn. Das Intervall ist hier aber bedeutend grösser als bei Cu und Zn. Auffallend ist es, dass die Cu-Sn-Legirung A einen Elasticitätscoefficienten zeigt, welcher fast um zwei Einheiten kleiner ist als der nach der Zusammensetzung berechnete. Der Grund dafür liegt wahrscheinlich in der mangelhaften Reinheit des Gefüges, denn wie schon erwähnt wurde, ergab die Auflösung in einer Säure bei einem Stäbchen dieser Art, dass beim Zusammenschmelzen einzelne kleine Kohlentheilchen zwischen die flüssige Substanz gerathen waren. Dass es sich hier um die Beimischung eines fremdartigen leichteren Körpers handelt, geht ausserdem noch hervor sowohl aus der Thatsache, dass das beobachtete specifische Gewicht kleiner ist als das berechnete, als auch aus der Analyse, wonach 0,24 % fehlen. Nimmt man dies als Grund dafür an, dass diese Legirung mit ihrem Elasticitätscoefficienten aus der Reihe herausfällt, so kann man wohl behaupten, dass hier im allgemeinen zur Legirung mit

1) Besonders Wertheim, Pogg. Ann. 57. p. 382. 1842; Pogg. Ann. Ergbd. 2. p. 73. 1848.

grösserem Cu-Gehalt auch der grössere Elasticitätscoefficient gehört, dass sich also annähert die Elasticitätscoefficienten der Cu-Sn-Legirungen nach der Zusammensetzung aus den Elasticitätscoefficienten der sie zusammensetzenden einfachen Metalle berechnen lassen. Dieser Satz ist aber mit grösster Vorsicht zu gebrauchen.

Die beobachteten specifischen Gewichte dieser Legirungen zeigen von den nach der Mischungsregel berechneten ganz erhebliche Abweichungen. Während bei der Cu-Sn-Legirung *A* das berechnete specifische Gewicht aus dem erwähnten Grunde grösser ist als das beobachtete, zeigen die anderen drei erhebliche Contractionen in der Grösse von 0,522 bis 0,741.

Auch die Coefficienten der linearen Aenderung von *E* mit *t* lassen hier grössere Abweichungen erkennen als bei der Reihe Cu-Zn; die Differenz dieser Grössen für die Endglieder umfasst hier auch ein erheblich grösseres Intervall als bei den Metallen Cu und Zn. [Bei Cu-Sn 34,01; bei Cu-Zn 10,95]. Abgesehen von der Ausnahme *A* sind die Aenderungscoefficienten derart, dass die Legirung mit grösserem Cu-Gehalt die kleinere Aenderung aufweist.

Schlussfolgerungen.

1. Der Elasticitätscoefficient einer Substanz ist nicht constant; bei Legirungen ist er abhängig von dem Zustande derselben, welcher sehr verschieden sein kann und zum grossen Theil durch die Art des Zusammenschmelzens bedingt sein mag.

Der Satz, welchen Wertheim¹⁾ aufstellte, dass der Elasticitätscoefficient einer Legirung sich aus den Elasticitätscoefficienten der Bestandtheile nach Verhältniss der Zusammensetzung berechnen lässt, mag gültig sein für Legirungen, die sich sämmtlich in demselben Zustande befinden, ist jedoch im allgemeinen mit grösster Vorsicht zu gebrauchen. Wertheim fand übrigens selbst bei den Cu-Zn-Legirungen bedeutende Abweichungen.

2. Es genügt in der Regel, für die Aenderung *E* mit *t*

1) Wertheim, Pogg. Ann. Ergbd. 2. p. 73. 1848.

bei den Metallen und Legirungen für Temperaturen zwischen 0 und 100° eine lineare Function einzuführen.

3. Aus den Aenderungen des Elasticitätscoëfficienten der einfachen Metalle mit der Temperatur lässt sich kein sicherer Schluss ziehen auf die Grösse der Aenderung von E bei den Legirungen, ebensowenig auf die Härte derselben, denn aus den betreffenden Versuchen ging hervor, dass die Härte der Legirungen häufig über diejenige beider Bestandtheile hinausging.

4. Das nach der Mischungsregel berechnete spezifische Gewicht schliesst sich wohl am sichersten an die beobachteten Werthe an; jedoch nicht häufig zeigen sich erhebliche Abweichungen, welche gewöhnlich durch Contraction, seltener durch Dilatation beim Erstarren hervorgerufen werden.

Die theilweise nicht unerheblichen Abweichungen, welche Stäbchen derselben Gattung zeigen, finden ihren Grund in der ungleichen Mischung und in dem Umstande, dass die Dimensionen der geschmolzenen Blöcke zu klein gewählt waren; denn die Structur einer geschmolzenen Metallmasse ist um so unregelmässiger, je kleiner die Dimensionen derselben sind; dies haben die eingehenden Untersuchungen von F. Savart¹⁾ ergeben. Auch die specifischen Gewichte ändern sich ja bei kleineren Gussblöcken vom Rande nach dem Innern zu nicht unerheblich.

Von den Analysen hat ein älterer Chemiker die qualitativen ausgeführt, während die quantitativen zum Theil von Hrn. Prof. Jannasch gütigst übernommen, zum Theil vom städtischen chemischen Laboratorium der Stadt Hannover besorgt sind.

Ich theile ausserdem noch die Resultate der Beobachtungen an zwei aus einem homogenen Glasklotze geschnittenen Stäbchen mit, welche mir Hr. Prof. Voigt gütigst zur Verfügung stellte.

1) F. Savart, Das Gefüge der Metalle, Pogg. Ann. 16. p. 248 u. f. 1829.

2 Glasstäbchen. $s = 2,584$.Biegungen, berechnet für die Vielfachen von 10^0

$$B \cdot (D)^3 = 1.$$

$$P = Sa + 100 \text{ g} \quad l = 54,89 \quad \sigma = 0,3 \quad \rho = 0,6.$$

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
Gl. 1.	987,9	990,8	993,8	996,9	1000,9	1004,3	1008	1012	1014	1017
Gl. 2.	987,5	990,4	993,6	997,4	1001,3	1004,1	1007,1	1009,8	1012,9	1016,2
Mittel	987,7	990,6	993,7	997,2	1001,1	1004,2	1007,6	1010,9	1013,5	1016,6

Daraus stellt sich dann der Elasticitätscoefficient E von Glas folgendermassen dar:

	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
beob.	—	7,6 ₈₈	7,6 ₄₅	7,6 ₂₁	7,5 ₉₅	7,5 ₆₅	7,5 ₄₁	7,5 ₁₆	7,4 ₉₁	7,4 ₇₂	7,4 ₄₉
ber.	7,6 ₉₂	7,6 ₈₈	7,6 ₄₃	7,6 ₁₈	7,5 ₉₃	7,5 ₅₉	7,5 ₄₄	7,5 ₁₉	7,4 ₉₅	7,4 ₇₀	7,4 ₄₅

Für die Aenderung des Elasticitätscoefficienten von homogenem Glase mit der Temperatur gilt also die lineare Function:

$$E = E_0 (1 - 0,000321 \cdot t), \text{ wo } E_0 = 7,6_{92}.$$

Torsionsbeobachtungen an Zink, Kupfer, Zinn.

Zu diesen Beobachtungen benutzte ich einen sehr genauen, Hrn. Prof. Voigt gehörenden Apparat, welchen derselbe mir gütigst zur Verfügung stellte. Die Methode ist schon ausführlich beschrieben worden.¹⁾ Ich will daher nur hervorheben, dass die gegenseitige Drehung zweier Querschnitte der Stäbchen an auf den Stäbchen mit Klammern befestigten Spiegeln mittelst Fernrohr und Scala (Abstand von den Spiegeln $A = 5165 \text{ mm}$) beobachtet wurde und ein ähnliches Verfahren wie bei den Biegungsbeobachtungen die Elimination der Reibung gestattete.

Die folgenden Tabellen enthalten ausser den in Rechnung zu ziehenden Dimensionen $L B D$ in Millimetern zunächst die Belastung P in Grammen und die Temperatur ϑ der

1) W. Voigt, Pogg. Ann. Ergbd. 7. p. 185. 1876; Sitzungsber. der Kgl. Preuss. Ak. d. Wiss. zu Berlin. 10. p. 997. 1884.

Beobachtung, darauf in zwei Reihen die Anzahl σ der Scalentheile (Millimeter), um welche die Scalenbilder sich gegenseitig verschoben bei einer Belastung Sa (Wagschale) und $Sa + P$, ferner noch σ_0 als den Scalentheil, von welchem aus die Drehung stattfand. Daraus ist nach der Formel:

$$\frac{\sigma + \sigma_0}{A} = \operatorname{tg} 2(\tau + \tau_0),$$

die jeder Belastung entsprechende Drehung τ und die für 1 g Belastung gültige τ_1 berechnet. ρ bedeutet wieder den Reibungswerth, findet hier aber, da er eliminirt wird, keine besondere Verwendung.

Aus diesen Zahlen berechnet sich der Torsionscoefficient T nach folgender von De Saint-Venant aufgestellten Formel:

$$T = \frac{3 \cdot R \cdot L}{\tau_1 \cdot B \cdot D^3 \cdot \left(1 - \frac{3\lambda \cdot D}{16 B}\right)},$$

in welcher R der Hebelarm ist, an dem die Belastung P wirkt, welcher für den Apparat = 36,79 mm war, λ aber eine complicirte Function des Verhältnisses B/D bezeichnet, die für Werthe des Verhältnisses, welche die Grösse 2 übersteigen, merklich constant = 3,361 ist.

Drillungen.

A Zink.

Zn Nr. 1. $L = 48,0$; $B = 5,99$; $D = 1,50$; $P = 50$; $\vartheta = 21^\circ$.

$P = Sa \quad Sa + P$

(rechte Rolle) r. R. $\sigma = 11,7 \quad 54,3 \quad \sigma_0 = - 87 \quad \rho = 1,7$

(linke Rolle) l. R. $\sigma = 10,9 \quad 53,5 \quad \sigma_0 = + 205 \quad \rho = 3,3$

r. R. $\tau_1 = 0,000 \, 082 \, 5$

l. R. $\tau_1 = 0,000 \, 080 \, 2$

$$T = 3,8_{25}.$$

Mittel $\tau_1 = 0,000 \, 081 \, 4$

Zn Nr. 3. $L = 48,17$; $B = 6,0$; $D = 1,466$; $P = 50$; $\vartheta = 21^\circ$.

l. R. $\sigma = 12,4 \quad 56,8 \quad \sigma_0 = - 4 \quad \rho = 2,2$

r. R. $\sigma = 13,6 \quad 59,3 \quad \sigma_0 = - 30 \quad \rho = 0,5$

l. R. $\tau_1 = 0,000 \, 088 \, 5$

r. R. $\tau_1 = 0,000 \, 086 \, 0$

$$T = 3,8_{15}.$$

Mittel $\tau_1 = 0,000 \, 087 \, 2$

Zn Nr. 4. $L = 48,73$; $B = 5,984$; $D = 1,49$; $P = 50$; $\vartheta = 22^\circ$.

l. R. $\sigma = 9,9$ 54,1 $\sigma_0 = + 105$ $\varrho = 3,4$

r. R. $\sigma = 12,9$ 55,9 $\sigma_0 = + 85$ $\varrho = 0,3$

l. R. $\tau_1 = 0,000\ 085\ 5$

r. R. $\tau_1 = 0,000\ 083\ 2$

$T = 3,8_{21}$.

Mittel $\tau_1 = 0,000\ 084\ 4$

Daraus folgt als Mittelwerth:

$T = 3,8_2$,

und wenn ich setze $T = 1/T$:

$T = 0,26$.

Da nun:

$$E = \frac{\mu \cdot (2\mu + 3\lambda)}{\mu + \lambda}; \quad T = \mu; \quad a - b = 2\mu; \quad \lambda = b,$$

so folgt $\lambda = 7,29$, und da gefunden ist: $E_{\vartheta=21,5^\circ} = 10,1_{48}$, so resultiren daraus die

Elasticitätsconstanten des Zinks

$$a = 14,94 \quad b = 7,29 \quad a = 2,05 \cdot b.$$

B Zinn.

Sn Nr. 1. $L = 50,1$; $B = 6,18$; $D = 1,47$; $P = 20$; $\vartheta = 22^\circ$.

l. R. $\sigma = 20,8$ 65,8 $\sigma_0 = + 23$ $\varrho = 4,2$

r. R. $\sigma = 12,5$ 56,2 $\sigma_0 = + 20$ $\varrho = 0,3$

l. R. $\tau_1 = 0,000\ 215$

r. R. $\tau_1 = 0,000\ 212$

$T = 1,5_{53}$.

Mittel $\tau_1 = 0,000\ 213$

Sn Nr. 2. $L = 51,0$; $D = 1,375$; $B = 6,16$; $P = 10$; $\vartheta = 21,5^\circ$.

Sa $Sa + P$ $Sa + 2P$

r. R. $\sigma = 27,0$ 58,8 81,0 $\sigma_0 = - 70$ $\varrho = 1,3$

l. R. $\sigma = 25,5$ 52,2 79,0 $\sigma_0 = + 35$ $\varrho = 3,3$

r. R. $\tau_1 = 0,000\ 260$

l. R. $\tau_1 = 0,000\ 262$

$T = 1,5_{73}$,

Mittel $\tau_1 = 0,000\ 261$

wiederholt für $L = 47,0$.

Sa $Sa + P$ $Sa + 2P$

l. R. $\sigma = 21,8$ 47,7 74,0 $\varrho = 5,0$ $\sigma_0 = + 200$

r. R. $\sigma = 20,8$ 46,5 73,1 $\varrho = 7,5$ $\sigma_0 = 0$

l. R. $\tau_1 = 0,000\ 251$

r. R. $\tau_1 = 0,000\ 251$

$T = 1,5_{18}$,

Mittel $\tau_1 = 0,000\ 251$

Mittel $T = 1,5_{46}$.

Sn Nr. 4. $L = 49,75$; $D = 1,424$; $B = 6,344$; $P = 10$; $\vartheta = 22^\circ$.

	Sa	$Sa+P$	$Sa+2P$		
l. R.	$\sigma = 17,3$	41,0	64,9	$\sigma_0 = + 17$	$\varrho = 3,3$
r. R.	$\sigma = 18,1$	42,6	66,7	$\sigma_0 = - 51$	$\varrho = 1,2$
l. R.	$r_1 = 0,000\ 230$				
r. R.	$r_1 = 0,000\ 236$				
Mittel	$r_1 = 0,000\ 233$			$T = 1,5_{31}$	

Mittelwerth: $T = 1,5_{48}$, $T = 0,65$.

Gefunden war: $E = 4,3_{78}$, daraus die

Elasticitätsconstanten von Zinn

$$a = 11,5 \quad b = 8,4 \quad a = 1,4 \cdot b.$$

C Kupfer.

a. rein, ungewalzt (nicht dicht!)

Cu Nr. 1. $L = 47,0$; $B = 5,979$; $D = 1,386$; $P = 50$; $\vartheta = 22^\circ$.

	Sa	$Sa+P$	$Sa+2P$		
l. R.	$\sigma = 13,9$	58,0	102,1	$\sigma_0 = - 111$	$\varrho = 0,8$

Radius der linken Rolle $R = 36,7$ mm.

l. R. $r_1 = 0,000\ 086\ 5$. $T = 4,4_{41}$.

Cu Nr. 2. $L = 49,2$; $B = 5,976$; $D = 1,313$; $P = 50$; $\vartheta = 21^\circ$.

r. R.	$\sigma = 16,2$	71,3	$\sigma_0 = - 280$	$\varrho = 1,9$
l. R.	$\sigma = 16,1$	71,4	$\sigma_0 = + 309$	$\varrho = 2,2$
r. R.	$r_1 = 0,000\ 108$			
l. R.	$r_1 = 0,000\ 100$			

Mittel $r_1 = 0,000\ 103$ $T = 4,5_{07}$.

Mittelwerth: $T = 4,4_{74}$; $T = 0,22_4$.

Gefunden war: $E = 10,7_{21}$.
 $\vartheta = 21,5$

Daraus die Elasticitätsconstante des reinen ungewalzten Cu:

$$a = 11,89 \quad b = 2,94. \quad a = 4,04 \cdot b.$$

b. rein gewalzt.

Cu Nr. 2. $L = 47,2$; $B = 5,103$; $D = 1,162$; $P = 50$; $\vartheta = 20^\circ$.

	Sa	$Sa+P$	$Sa+2P$		
l. R.	$\sigma = 24,5$	108,5	192,6	$\sigma_0 = - 152$	$\varrho = 1,2$
r. R.	$\sigma = 26,4$	110,9	195,2	$\sigma_0 = + 184$	$\varrho = 0,3$
l. R.	$r_1 = 0,000\ 163$				
r. R.	$r_1 = 0,000\ 163$				
Mittel	$r_1 = 0,000\ 163$			$T = 4,6_{84}$	

Cu Nr. 3. $L=47,3$; $B=5,959$; $D=1,119$; $P=50$; $\vartheta=20^\circ$.

r. R. $\sigma=24,3$ $103,1$ $\sigma_0=-63$ $\varrho=0,4$

l. R. $\sigma=23,3$ $102,4$ $\sigma_0=+79$ $\varrho=0,9$

r. R. $r_1=0,000\ 153$

l. R. $r_1=0,000\ 153$

Mittel $r_1=0,000\ 153$

$T=4,6_{45}$.

Mittelwerth: $T=4,6_{64}$;

$T=0,2_{15}$.

Gefunden war: $E=12,2_{28}$.

Daraus folgen die Elasticitätsconstanten von reinem gewalzten Cu:

$$a=17,08 \quad b=7,75 \quad a=2,2 \cdot b.$$

Die Elasticitätsconstanten des galvanoplastisch niedergeschlagenen Kupfers sind schon von Hrn. Prof. Voigt¹⁾ bestimmt worden als:

$$a=13,4_2 \quad b=6,57_5 \quad a=2,04 \cdot b.$$

Aus den mitgetheilten Zahlenwerthen geht hervor, dass für keines der untersuchten Metalle die Poisson'sche Relation $a=3b$ annähernd erfüllt ist. Abgesehen von dem reinen ungewalzten Kupfer, dessen Beschaffenheit, wie schon verschiedentlich hervorgehoben wurde, keine zufriedenstellende war, und für welches die Beziehung $a=4,04 \cdot b$ gefunden ist, zeigt sich das Verhältniss der beiden Elasticitätsconstanten a und b bei Zinn = 1,4, bei den beiden anderen Sorten Kupfer und bei Zink aber so, dass für diese annähernd die Beziehung besteht:

$$a=2b.$$

1) W. Voigt, Berl. Ber. 38. p. 961. 1883; Berl. Ber. vom 30. Oct. p. 997. 1884.

IX. Ueber die Beziehung zwischen den Theorien
der Capillarität und der Verdampfung;
von J. Stefan.

(Aus d. 94. Bde. d. Sitzungsber. d. k. Acad. d. Wiss. zu Wien. II. Abth.
vom 4. Juni 1886, mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Laplace hat die Theorie der Capillarität aus der Annahme entwickelt, dass zwischen den Theilchen einer Flüssigkeit Kräfte wirken, deren Grösse mit der Entfernung der Theilchen sehr rasch abnimmt, sodass man bei der Berechnung ihrer Wirkungen so verfahren kann, als hätten sie überhaupt nur innerhalb einer sehr kleinen Distanz von Null verschiedene Werthe. Diese sehr kleine Distanz wird auch der Radius der Wirkungssphäre eines Theilchens genannt.

Aus dieser Annahme folgt, dass die Anziehungen, welche ein Theilchen im Inneren der Flüssigkeit erfährt, sich gegenseitig das Gleichgewicht halten. Nur die Theilchen, welche sehr nahe der Oberfläche sich befinden, erfahren einen Zug nach einwärts, der von der Entfernung des Theilchens von der Oberfläche und von der Gestalt der letzteren abhängig ist.

Für den Fall einer ebenen Oberfläche wird ein Theilchen einen Zug nach einwärts erfahren, sobald seine Distanz von der Oberfläche kleiner ist, als der Radius der Wirkungssphäre. Stellt AB (s. die Fig. a. f. S.) die Oberfläche der Flüssigkeit dar, $A'B'$ eine zu ihr parallele Ebene, M einen Punkt, der von diesen beiden Ebenen gleichweit absteht, MA den Radius der Wirkungssphäre, so halten sich im Punkte M die Anziehungen der Theilchen zwischen den Ebenen AB und $A'B'$ das Gleichgewicht; und es bleibt die Resultante der Anziehungen der im Kugelsegmente unterhalb $A'B'$ liegenden Theilchen als Zug nach abwärts, welchen M erfährt, übrig.

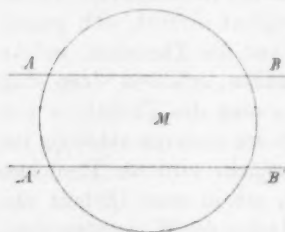
An diese aus allen elementaren Darstellungen der Theorie der Capillarität bekannte Betrachtung knüpfe ich nun eine zweite, welche sich auf die Wirkung der Flüssigkeit auf ein ausserhalb derselben befindliches Theilchen bezieht. Dieselbe Figur dient auch zur Darstellung dieses Falles, man braucht nur $A'B'$ als Oberfläche der Flüssigkeit zu nehmen. Es ist

aus der Figur unmittelbar ersichtlich, dass bei derselben Distanz des Theilchens M von $A'B'$ dasselbe von den im Kugelsegmente unterhalb $A'B'$ liegenden Theilchen den gleichen Zug nach abwärts erfährt, wie ein Theilchen, welches in gleicher Entfernung von der Oberfläche innerhalb der Flüssigkeit sich befindet.

Ein Theilchen, welches innerhalb der Flüssigkeit von der Oberfläche weiter entfernt ist, als der Radius der Wirkungssphäre beträgt, kann nach allen Seiten ohne Arbeitsleistung bewegt werden. Wird das Theilchen gegen die Oberfläche bewegt, so erfordert die Bewegung eine Arbeit, sobald die Distanz von der Oberfläche kleiner wird, als der bezeichnete Radius.

Es ist eine bestimmte Arbeit nothwendig, um ein Theilchen aus dem Inneren der Flüssigkeit in die ebene Oberfläche derselben zu schaffen. Nach dem, was über die Anziehung der Flüssigkeit auf ein ausserhalb derselben liegendes Theilchen gesagt wurde, ist genau dieselbe Arbeit auch nothwendig, um ein Theilchen aus der ebenen Oberfläche der Flüssigkeit bis ausserhalb der Wirkungssphäre derselben zu bringen. Durch diesen Satz ist die Beziehung, welche zwischen den Theorien der Capillarität und der Verdampfung besteht, in der einfachsten Weise dargestellt.

Den Vorgang der Verdampfung hat zuerst Clausius mit der Anschauung, dass die Wärme in Bewegungen der kleinsten Theile der Körper besteht, in Verbindung gebracht. „Betrachten wir die Oberfläche einer Flüssigkeit, so nehme ich an, dass in der Mannigfaltigkeit der Bewegungen hin und wieder der Fall eintritt, dass ein Molecül durch ein günstiges Zusammentreffen der fortschreitenden, schwingenden und drehenden Bewegung mit solcher Heftigkeit von seinen Nachbarmolecülen fortgeschleudert wird, dass es, bevor es durch die zurückziehende Kraft derselben diese Geschwin-



digkeit ganz verloren hat, schon aus ihrer Wirkungssphäre heraus ist und dann in dem über der Flüssigkeit befindlichen Raume weiter fliegt.“¹⁾

Die Oberfläche der Flüssigkeit soll eben und horizontal angenommen werden. Man kann dann sagen, alle jene Molecüle in der Oberfläche, deren verticale Componente der Geschwindigkeit eine gewisse Grösse übersteigt, werden die Flüssigkeit verlassen. Diese Grösse ist bestimmt durch die Bedingung, dass der ihr entsprechende Theil der lebendigen Kraft des Molecüls gleich ist der Arbeit, welche nothwendig ist, um dasselbe aus der Oberfläche der Flüssigkeit über die Wirkungssphäre derselben hinaus zu führen.

Ist der Raum über der Flüssigkeit ein begrenzter, so füllt sich derselbe mit Dampf. Hat dieser jene Dichte erlangt, bei welcher die Zahl der Molecüle, welche die Flüssigkeit in der Zeiteinheit verlassen, gleich ist der Zahl derjenigen, welche zu ihr zurückkehren, so ist der Beharrungszustand erreicht. Die Dichte des Dampfes ist dann die grösste Dichte, die er bei der vorhandenen Temperatur besitzen kann. Diese Dichte ist um so grösser, je kleiner die Arbeit ist, welche zur Entfernung eines Molecüls aus der Oberfläche genügt, und je grösser die Zahl der Molecüle ist, deren verticale Geschwindigkeit die dieser Arbeit entsprechende Grösse übersteigt. Mit steigender Temperatur nimmt die bezeichnete Arbeit ab und zugleich die Zahl der Molecüle, welche grössere Geschwindigkeiten besitzen, zu. Aus beiden Gründen wächst die Dampfdichte mit steigender Temperatur.

Ist die Oberfläche der Flüssigkeit nicht eben, sondern concav, so lehrt eine der obigen analoge elementare Betrachtung, dass in einem Punkte innerhalb der Flüssigkeit der Zug nach einwärts kleiner ist, als bei ebener Oberfläche in gleicher Distanz von derselben. Für einen Punkt ausserhalb der Flüssigkeit stellt sich die Sache anders. Der Zug nach einwärts ist in demselben grösser, als bei ebener Oberfläche. Die zur Fortführung eines Molecüls aus der Oberfläche nothwendige Arbeit ist grösser bei concaver als bei

1) Clausius, Pogg. Ann. 100. p. 361. 1857.

Ann d. Phys. u. Chem. N. F. XXIX.

ebener Oberfläche, und damit hängt zusammen, dass die Dichte des gesättigten Dampfes über einer concaven Oberfläche geringer ist, als über einer ebenen. Auf dieses Verhalten hat schon W. Thomson aufmerksam gemacht, der zum Nachweis desselben auf einem ganz anderen, von jeder molecular-theoretischen Betrachtung unabhängigen Wege gelangt ist. Dass die Dichte des gesättigten Dampfes über einer convexen Oberfläche grösser ist, als über einer ebenen, lässt sich auf dieselbe Weise leicht darlegen.

Bei den bisherigen Betrachtungen ist vorausgesetzt worden, dass die Dichte der Flüssigkeit im Inneren derselben wie auch in unmittelbarer Nähe der Oberfläche überall dieselbe ist, und ferner noch, dass der Zug, welcher von dem Dampfe oder Gase über der Flüssigkeit auf ein Theilchen ausgeübt wird, gegen jenen, der von der tropfbaren Flüssigkeit ausgeht, vernachlässigt werden kann. Unter diesen Voraussetzungen erhält die Arbeit, welche erforderlich ist, um die Masseneinheit aus dem Inneren der Flüssigkeit in die Oberfläche derselben zu schaffen, noch eine andere einfache Bedeutung.

Die Grundgleichung der Hydrostatik kann man in die Form:

$$(1) \quad dp = \rho S ds$$

bringen. dp bedeutet die Zunahme des Druckes auf der Strecke ds , ρ die Dichte der Flüssigkeit, S die auf die Masseneinheit derselben in der Richtung von ds wirkende Kraft.

Bezieht man die Gleichung (1) auf eine endliche Strecke zwischen zwei Punkten M_1 und M_2 , in welchen der Druck die Werthe p_1 und p_2 hat, so verwandelt sich dieselbe unter der Voraussetzung, dass ρ constant ist, in:

$$(2) \quad p_2 - p_1 = \rho A,$$

und bedeutet A die Arbeit, welche die in der Flüssigkeit wirkenden Kräfte bei der Ueberführung der Masseneinheit aus dem Punkte M_1 in den Punkt M_2 leisten.

Liegt M_1 in der ebenen Oberfläche der Flüssigkeit, M_2 im Inneren derselben, so ist, wenn von äusseren Kräften abgesehen wird, A die Arbeit, welche die Molecularkräfte

leisten, wenn die Masseneinheit aus der Oberfläche in das Innere der Flüssigkeit versetzt wird, oder auch die Arbeit, welche aufgewendet werden muss, wenn die Masseneinheit aus dem Inneren der Flüssigkeit in die Oberfläche gebracht wird.

In der oben skizzirten Theorie der Verdampfung ist vorausgesetzt worden, dass die Molecüle des Dampfes von jenen der Flüssigkeit in keiner Weise verschieden sind. Unter dieser Voraussetzung ist die Verdampfungswärme der Arbeit A äquivalent und sie kann zur Bestimmung des Druckes p_2 im Inneren der Flüssigkeit benutzt werden. Derselbe ist um ρA grösser, als der Druck p_1 an der Oberfläche.

Die Verdampfungswärme des Aethyläthers beträgt bei 0°C . 86 Calorien. Die Umwandlung dieser Zahl in mechanisches Maass erfolgt durch Multiplication derselben mit dem mechanischen Aequivalente der Wärme = 42400 (g-cm). Wählt man den Druck einer Atmosphäre auf ein Quadratcentimeter als Krafteinheit, so ist diese Zahl durch 1033 zu dividiren. Die Zahl der Calorien wird also durch Multiplication mit 41 auf dieses specielle Maass gebracht. Die Verdampfungswärme des Aethers ist nach diesem Maasse = 3526. Wenn die Dichte des Aethers $\rho = 0,73$ gesetzt wird, so erhält man $\rho A = 2574$, d. h. der Druck im Inneren der Flüssigkeit ist um 2574 Atmosphären grösser, als der, welcher von aussen gegen ihre Oberfläche ausgeübt wird, und den sie auch selbst nach aussen hin ausübt.

Dieser grosse Werth, welcher für den durch die molecularen Kräfte in einer Flüssigkeit bedingten inneren Druck sich ergibt, ist um so auffallender, wenn man beachtet, dass die Grösse ρA auch die auf die Einheit der Fläche reducirte Anziehung bedeutet, welche zwei aneinander liegende Theile der Flüssigkeit im Inneren derselben aufeinander ausüben. Diese Anziehung ist von derselben Grössenordnung, wie die Zugkräfte, welche zum Zerreißen fester Körper erforderlich sind. Das Resultat ist allerdings unter der Voraussetzung gewonnen, dass die Arbeit der Verdampfung lediglich in der Trennung der Molecüle und nicht auch in Veränderungen derselben besteht. Es können aber die Molecüle der Flüssig-

keit Aggregate von Dampfmoleculen sein. Die zur Versetzung eines Moleculs der Flüssigkeit in die Oberfläche nöthige Arbeit ist dann kleiner, als die zur Verdampfung dieses Moleculs erforderliche, denn in letzterer ist auch noch die Arbeit der Zertheilung des zusammengesetzten in einfache Moleculen enthalten. In diesem Falle ist der für ρA berechnete Werth zu gross. Es führen aber auch andere Betrachtungen, wenn nicht zu gleichen, doch ebenfalls zu sehr hohen Werthen des inneren Druckes. So findet Van der Waals aus den Werthen des Druckes und Volumens und der Temperatur des Aethers im kritischen Zustande für den inneren Druck in demselben bei 0° den Werth von 1400 Atmosphären.

Wenn der Druck in der Flüssigkeit von der Oberfläche nach einwärts rasch zu einem sehr grossen Werthe ansteigt, dann wird eine andere der gemachten Annahme unzulässig, nämlich die Annahme, dass die Dichte der Flüssigkeit bis an ihre Oberfläche constant bleibt. Wenn die Wirkungssphäre der Molecularkraft, wie in der Theorie der Capillarität vorausgesetzt wird, eine sehr grosse Anzahl von Moleculen umfasst, so muss man vielmehr annehmen, dass die Dichte der Flüssigkeit von ihrem grossen Werthe im Inneren in continuirlicher Weise bis zu dem kleinen Werthe abnimmt, welchen sie in dem über der Flüssigkeit befindlichen Dampfe besitzt. Die vorausgehenden Betrachtungen haben dann keine Berechtigung mehr, und es entsteht die Frage, ob auch unter der Annahme einer continuirlichen Dichtenänderung für den molecularen Druck im Inneren der Flüssigkeiten Werthe von derselben bedeutenden Grösse sich ergeben.

Die Gleichung (1) lässt sich auch auf diesen Fall anwenden, und sie führt zu einer der Formel (2) analogen, wenn das Gesetz gegeben ist, welches die Dichte der Flüssigkeit als Function des Druckes bestimmt. Um gleich einen besonderen Fall zu haben, will ich annehmen, dass für die Flüssigkeit sowie für den über ihr befindlichen Dampf zwischen dem inneren Drucke p und dem specifischen Volumen die Gleichung:

$$(3) \quad p(v - b) = C$$

besteht. Von b und C soll vorausgesetzt werden, dass sie von p und v unabhängig sind. Es schliesst dies die Voraussetzung in sich, dass die Moleküle der Flüssigkeit und des Dampfes gleich sind.

In der Gleichung (1) kann man ρ durch den reciproken Werth von v ersetzen und schreiben:

$$(4) \quad v dp = S ds.$$

Integriert man diese Gleichung über eine endliche Strecke, so bedeutet das Integral von $S ds$ die Arbeit, welche die Kräfte in der Flüssigkeit leisten, wenn die Masseneinheit vom Anfangs- zum Endpunkte dieser Strecke transportirt wird. Diese Arbeit ist dem Integral von $v dp$ äquivalent.

Nimmt man den Werth von v aus (3), so wird:

$$v dp = \frac{C dp}{p} + b dp$$

und das Integral von $v dp$ zwischen zwei Punkten M_1 und M_2 , in denen p und v die Werthe p_1, v_1 und p_2, v_2 haben:

$$= C \log \frac{p_2}{p_1} + b(p_2 - p_1).$$

Der zugehörige Werth des Integrals von $S ds$ soll mit $2B$ bezeichnet werden. Es ist dann:

$$(5) \quad 2B = C \log \frac{p_2}{p_1} + b(p_2 - p_1),$$

oder, wenn man b mit Hülfe der Gleichung (3) eliminirt:

$$(6) \quad 2B = C \log \frac{p_2}{p_1} + p_2 v_2 - p_1 v_1.$$

Der Punkt M_1 soll im Dampfraume, der Punkt M_2 im Inneren der Flüssigkeit liegen. p_1 bedeutet den inneren Druck des gesättigten Dampfes, welcher bei kleiner Dichte des Dampfes mit dem äusseren Drucke gleich angenommen werden kann.

Das specifische Volumen des Dampfes v_1 ist im Vergleich zu b sehr gross, man kann $p_1 v_1$ unmittelbar durch C ersetzen. Nimmt man ferner an, dass B die Verdampfungswärme der Flüssigkeit bedeutet, so sind alle Grössen in der

Gleichung (6) gegeben bis auf p_2 , welches aus derselben bestimmt werden kann.

Für Aether ist bei der Temperatur 0° die Grösse $C = 302$, wenn der Druck einer Atmosphäre als Einheit angenommen und zugleich vorausgesetzt wird, dass das Gesetz von Mariotte und Gay-Lussac für den Aetherdampf bei dieser Temperatur Anwendung finden darf. Ferner ist:

$$p_1 = 0,241, \quad v_2 = 1,37, \quad B = 3526.$$

Für p_2 erhält man einen noch grösseren Werth als früher, nämlich 3270 Atmosphären.

Gelingt es, den inneren Druck einer Flüssigkeit auf eine andere Weise zu bestimmen, so kann die Gleichung (6) zur Berechnung von B verwendet werden. B ist dann der mechanische Werth der Aggregation der Flüssigkeit für die Masseneinheit derselben.

Differenzirt man die Gleichung (3) unter der Voraussetzung, dass C nur von der Temperatur abhängig ist, und letztere constant bleibt, so folgt:

$$(7) \quad \left(dp + \frac{dp}{dv} dv \right) (v - b) + p dv = 0.$$

Darin soll dp eine willkürliche Aenderung des äusseren auf der Flüssigkeit lastenden Druckes, dv die zugehörige Aenderung des specifischen Volumens der Flüssigkeit bedeuten. $(dp/dv) dv$ ist dann die durch diese Volumenänderung bedingte Aenderung des molecularen Druckes. Setzt man:

$$\beta = - \frac{dv}{v dp},$$

so ist β der Compressionscoefficient der Flüssigkeit. Nach Einführung dieses Coefficienten und nach Elimination von $v - b$ verwandelt sich die Gleichung (7) in:

$$\left(p^2 + C \frac{dp}{dv} \right) \beta v = C.$$

In erster Annäherung kann man p mit dem inneren Druck selbst identificiren und $C (dp/dv)$ gegen p^2 vernachlässigen, es bleibt dann zur Bestimmung von p die Gleichung:

$$p^2 \beta v = C.$$

Für Aether ist nach Amagat bei 0° der Coëfficient $\beta = 110 \cdot 10^{-6}$. Man erhält somit $p = 1415$ Atmosphären. Aus der Formel (6) folgt dann $B = 2129$. Dividirt man diese Zahl durch 41, so gibt der Quotient 52 den mechanischen Werth der Aggregation in Calorien. Dieser Werth ist, wie erwartet werden muss, kleiner als die Verdampfungswärme des Aethers = 86.

Macht man mit Van der Waals die Annahme, dass p dem Quadrate des specifischen Volumens verkehrt proportional ist, so kann man das Glied $C(dp/dv)$ auch noch in Rechnung ziehen. Man erhält dann $p = 1800$ Atmosphären, $B = 59$ Calorien.

Für Schwefelkohlenstoff findet man auf dieselbe Weise:
 $p = 2728$, $B = 57$, für Wasser $p = 6578$ und $B = 275$.

Zur Berechnung der Erscheinungen der Capillarität ist es nicht nothwendig, über die Natur der Molecularkräfte ganz bestimmte Voraussetzungen zu machen, es genügt schon die einfache Feststellung, dass jede Vergrösserung oder Verminderung der Oberfläche einer Flüssigkeit einen Aufwand oder Gewinn von mechanischer Arbeit bedinge. Die bisher ausgeführten Messungen ergaben das Resultat, dass eine bloss Veränderung der Gestalt der Oberfläche keinen Arbeitsaufwand erfordert, sondern ein solcher nur bei einer Veränderung der Grösse der Oberfläche auftritt und dieser Veränderung proportional ist. Daraus muss man schliessen, dass der Radius der Wirkungssphäre für die anziehenden Kräfte zwischen den Moleculen der Flüssigkeit eine sehr kleine Grösse gegen die bei den Beobachtungen vorkommenden Krümmungsradien der Oberfläche ist. Trotz der Kleinheit dieses Radius sind aber die von einem Molecul ausgeübten Kräfte, welche Laplace bei seinen Rechnungen annimmt, doch fernwirkende Kräfte, deren Wirkung sich über eine sehr grosse Zahl von Moleculen erstreckt.

Man kann aber auch annehmen, dass solche anziehende Kräfte nur zwischen den unmittelbar an einander liegenden, oder sich berührenden Moleculen ausgeübt werden, ähnlich wie es bezüglich der Affinitätskräfte angenommen wird, welche

die Atome zu einem Molecül vereinigen. Man kann dann sagen, dass im Inneren der Flüssigkeit jedes Molecül an eine gewisse Anzahl von Nachbarmolecülen gebunden ist. Ein Molecül in der Oberfläche ist an weniger Nachbarn gebunden, im Mittel nur an halb so viele, als ein Molecül im Inneren. Wird ein Molecül aus dem Inneren in die Oberfläche transportirt, so wird dabei die Hälfte der bestehenden Bindungen zu lösen und die der Lösung dieser Bindungen entsprechende Arbeit zu leisten sein. Dieselbe Anzahl von Bindungen ist aber auch zu lösen, dieselbe mechanische Arbeit ist zu leisten, wenn ein Molecül aus der Oberfläche der Flüssigkeit herausgezogen werden soll. Es ergibt sich also auch aus dieser Anschauung dieselbe Beziehung zwischen den Theorien der Capillarität und der Verdampfung, welche im Eingange dieser Abhandlung dargestellt worden ist.

Von dieser Annahme ausgehend, kann man auch zu einer Formel gelangen, welche die Grösse des mittleren Durchmessers eines Molecüls zu berechnen gestattet.

Aus den capillaren Eigenschaften einer Flüssigkeit kann man den Betrag von mechanischer Arbeit ableiten, welche nothwendig ist, um die freie Oberfläche der Flüssigkeit um 1 qcm zu vergrössern. Wird diese Vergrösserung der Oberfläche mit Hülfe der berechneten Arbeit ausgeführt, so tritt gleichzeitig eine Abkühlung der Flüssigkeit ein, worauf zuerst W. Thomson aufmerksam gemacht hat. Zur Erhaltung der ursprünglichen Temperatur ist also noch die Zufuhr einer Wärmemenge erforderlich. Diese stellt zusammen mit der mechanischen Arbeit den Aufwand an Energie dar, welche nothwendig ist, um die Anzahl Molecüle, welche auf 1 qcm der Oberfläche entfallen, aus dem Inneren der Flüssigkeit in die Oberfläche zu schaffen. Diesen Aufwand an Energie kann man nun auch demjenigen gleichsetzen, welcher genügt, um jene Menge der Flüssigkeit, welche dieselbe Anzahl von Molecülen enthält, in Dampf zu verwandeln. Man kann diesen Satz auch so aussprechen: Die Vergrösserung der Oberfläche der Flüssigkeit um den Querschnitt eines Molecüls erfordert denselben Aufwand an Energie, wie die Verdampfung eines Molecüls. Man gelangt so zu einem Ausdrucke

für den Quotienten aus dem Volumen und dem Querschnitte eines Molecüls. Für Aether findet man diesen Quotienten $= 21 \cdot 10^{-9}$ cm.

In der Abhandlung: Versuche über die Verdampfung¹⁾ habe ich den Durchmesser eines Molecüls des Aetherdampfes $= 89 \cdot 10^{-9}$ cm angegeben. Zur Berechnung desselben wurden der aus den Verdampfungsversuchen abgeleitete Diffusionscoëfficient und die Formel benutzt, welche ich in der dynamischen Theorie der Diffusion²⁾ für diesen Coëfficienten unter der Voraussetzung abgeleitet habe, dass die Molecüle der diffundirenden Gase wie elastische Kugeln betrachtet werden dürfen.

Die Arbeit, welche zur Herstellung einer sehr dünnen flüssigen Lamelle erforderlich ist, wurde zuerst von W. Thomson mit der Verdampfungswärme zu dem Zwecke in Vergleich gebracht, um eine Vorstellung von der Grösse eines Molecüls zu gewinnen.

X. Ueber die Radiophonie; von A. Heritsch.

(Hierzu Taf. V Fig. 22–25.)

Eine vorläufige Mittheilung über die Beobachtungen, welche den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung bilden, habe ich schon im Jahre 1883 in der Zeitschrift der russischen chemischen und physikalischen Gesellschaft zu St. Petersburg unter dem Titel: „Ueber einen besonderen Fall der Radiophonie“ publicirt. Erst jetzt gewinne ich die Möglichkeit, die daselbst kurz berichteten Thatsachen eingehender zu erläutern.

In Bezug auf die Art und Weise, wie die Schallwellen bei der Radiophonie entstehen können, gibt es eine von Graham Bell herrührende Hypothese.³⁾ Von allen in dieser Hinsicht von ihm untersuchten Körpern ist das Russchwarz

1) Stefan, Wien. Ber. 68. 2. Abth. p. 385. 1873.

2) Stefan, Wien. Ber. 65. 2. Abth. p. 323. 1872.

3) Graham Bell, Compt. rend. 92. p. 1206. 1881.

das einzige, welches von ihm in seiner Hypothese berücksichtigt wird. Dieser Körper vermag sehr grosse Mengen von Gasen zu verdichten, und zwar um so mehr, je niedriger die Temperatur ist. Aus den von Hrn. Kayser¹⁾ angegebenen Thatsachen geht hervor, dass die Buchsbaumkohle schon bei einer Temperatur von 50° so viel wie gar keine Luft verdichtet, d. h. dass bei der oben erwähnten Temperatur keine Verminderung des Druckes infolge der Absorption mehr wahrzunehmen ist. Ob es auch heissen soll, dass überhaupt bei höheren Temperaturen keine Absorption von Gasen durch Kohle mehr stattfindet, wage ich nicht zu behaupten. Jedenfalls scheint man berechtigt zu sein, mit Sicherheit anzunehmen, dass bei Glühhitze keine Spuren von Gasen mehr durch diesen Körper absorbiert werden. Eben bei dieser hohen Temperatur habe ich eine Reihe von Versuchen angestellt, um zu prüfen, ob die in Rede stehende Hypothese haltbar sei. Die einfachste Form des Versuches besteht darin, dass man eine ziemlich dicke und lange Coaksplatte zuerst in der Flamme eines Bunsen'schen Brenners bis zum Glühen erhitzt und dann möglichst rasch in eine geeignete Glasröhre hineinbringt und, bevor sie dunkel wird, der abwechselnden Wirkung der Sonnenstrahlen aussetzt. In dieser Form gewährt der Versuch noch den Vortheil, dass man auch die Veränderung der radiophonischen Töne nach ihrer Intensität mit der Abkühlung der zu untersuchenden Platte beobachten kann. Entgegen den Consequenzen der Bell'schen Hypothese schienen die Töne in dem Maasse schwächer zu werden, wie die Coaksplatte sich abkühlte. Dieser Versuch gelingt sowohl mit den Sonnenstrahlen, als mit denen von viel schwächeren künstlichen Lichtquellen, z. B. Drummond'schen Kalklicht.

Diese Thatsache allein ist von entscheidender Bedeutung für die Unhaltbarkeit der von Bell vorgebrachten Hypothese, denn diese gründet sich ja auf die Vermuthung, dass die durch Kohle und derartige Körper absorbirten Gase (gewöhnlich die der Luft) bei der intermittirenden Wirkung der Lichtstrahlen sich ganz wenig erhitzen und abkühlen,

1) H. Kayser, Wied. Ann. 12. p. 526. 1881.

und somit theilweise aus den Poren des Körpers entweichen und sofort wieder von demselben absorbiert werden. Auf diese Weise soll auf der Oberfläche des der Wirkung des Lichtes ausgesetzten Körpers eine Verdünnung und Verdichtung der Luft, also eine Schallwelle entstehen. Ist aber die absorbierte Luft durch die Einwirkung einer hohen Temperatur gänzlich aus einem solchen Körper verdrängt, so könnte unter diesen Umständen keine Radiophonie mehr durch denselben hervorgebracht werden. Dies ist aber nicht der Fall.

Die Coaksplatte kann noch viel stärker erhitzt werden, ja sogar bis zur Hitze des electrischen Lichtbogens, was durch einen hinreichend starken, wohl ausgewählten Strom leicht zu erreichen ist. Dabei ist sehr zu berücksichtigen, dass die zum Versuch angewendete Coaksplatte ihrer ganzen Länge nach eine gleichmässige Dicke habe; sonst gelingt der Versuch nicht (s. w. u.).

In meinen Versuchen bediente ich mich einer Art Edison'scher Glühlampen. In eine sehr dünne viereckige Coaksplatte von ungefähr 6 cm Länge und 2 cm Breite ist in ihrer Mitte, parallel den zwei längeren Seiten, ein schmaler Spalt geschnitten, welcher, an dem einen Rande beginnend, 1 cm von dem entgegengesetzten Rande entfernt aufhört. Mit ihrem gespaltenen Rande wird die Platte in senkrechter Stellung in einer Fig. 22 dargestellten Klemme befestigt, bestehend aus einer kupfernen, durch eine Elfenbeinplatte (c) in zwei von einander electrisch isolirte Theile getheilten Scheibe (Fig. 23), auf welcher zwei Klötzchen stehen, deren jedes einen zu der Elfenbeinplatte senkrecht gerichteten Schlitz trägt. In letzteren ist die Platte mit ihrem gespaltenen Rande einfach hineingesetzt. Mit den Klötzchen sind zwei unter der Scheibe angebrachte Klemmschrauben verbunden, durch welche der Strom geleitet wird. Die so aufgestellte Platte wird mit einer passenden Glasröhre bedeckt, welche mit ihrem unteren Rande auf der Scheibe ruht. Den oberen Rand der Röhre verbindet man durch einen Kautschukschlauch mit einem Hörtrichter, wie er bei dem Mercadier'schen Radiophon gebräuchlich ist.¹⁾

1) Mercadier, Journ. de Phys. théor. et appl. 10. p. 53. 1881.

Um anhaltende Töne von einer bestimmten Höhe zu bekommen, habe ich zur Drehung der das Licht unterbrechenden Scheibe den allbekannten Rotationsapparat von von Helmholtz angewendet. Bis zu einer gewissen Grenze sind die durch die oben beschriebene und durch den von 36 Bunsen'schen Elementen erzeugten electricischen Strom in der bis zum Weissglühen erhitzten Coaksplatte hervorgebrachten Töne desto hörbarer, je grösser die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Scheibe dreht, d. h. je höher diese Töne sind. Der Versuch kann nur zwei bis drei Minuten dauern, weil schon nach Verlauf dieser kurzen Zeit, besonders wenn die Dicke der Platte nicht gleichmässig ist, mehrere kleine Lichtbogen im Spalt wahrzunehmen sind, welche dieselbe sehr rasch verzehren. Vorher aber vernimmt man laute radiophonische, sehr charakteristische Töne, welche in diesem Falle von der Einwirkung des intermittirenden Sonnenlichtes auf den oberen stark leuchtenden Theil der Coaksplatte ausgehen. Mit den Strahlen einer künstlichen Lichtquelle gelang der Versuch nicht.

Diese Thatfachen schienen mir genügend, um zu beweisen, dass es bei der Radiophonie sehr wenig auf die absorbirten Gase ankommt. Ungeachtet dessen habe ich einen weiteren Schritt in derselben Richtung gemacht, indem ich Flammen der intermittirenden Wirkung der Sonnenstrahlen unterwarf.

Zuerst wurde die Flamme eines gewöhnlichen Stearinlichtes mit einem passenden, an beiden Enden offenen Glas-cylinder umgeben und auf die intermittirenden Sonnenstrahlen gerichtet (vgl. Fig. 24). Zum Ausströmen der durch das Brennen entwickelten Gase habe ich an dem oberen Theil des die Flamme umgebenden Rohres eine ziemlich grosse Oeffnung *A* angebracht. Das obere freie Ende der Glasröhre war durch einen Kautschukschlauch mit dem Hörtrichter meines Radiophons verbunden.

Die hierbei erzeugten radiophonischen Töne sind zwar schwach, aber deutlich hörbar. Von Zeit zu Zeit hört man auch dabei ein knarrendes Geräusch, welches wohl vom Knistern des Dochtes herrühren kann.

Ein gleicher Versuch lässt sich auch mit der Flamme

einer Petroleumlampe mit rundem Docht anstellen (Fig. 25). Das zum Einströmen der Luft dienende Gitter war an der der Scheibe des Radiophons zugewendeten Seite mit einem Papierstreifen dicht zugedeckt, damit sich den von der Radiophonie entstehenden Tönen nicht fremde beimischen. Das Lampenglas war an seinem oberen Theil mit einem Ansatzrohr von Messing versehen. Die viel engere Röhre *a* steigt im Inneren des Glases bis zu dessen Mitte herab und steht mittelst eines Kautschukschlauches mit dem Hörtrichter des Radiophons in Verbindung.

Die bei dieser Anordnung von mir deutlich wahrgenommenen radiophonischen Töne sind desto intensiver, je grösser die Flamme ist, welche freilich nicht so gross sein darf, dass das Glas vom Rauche geschwärzt würde. Die Spitze der Flamme und ihr unterer Theil geben kaum noch vernehmbare Töne, während der mittlere Theil derselben sich zu den intermittirenden Sonnenstrahlen gerade so verhält, (wenigstens für mein nicht genügend scharfes Gehörorgan) wie die Flamme des Stearinlichtes.

Um zu entscheiden, ob auch eine dunkle Flamme bei den gleichen Umständen die radiophonischen Töne hervorzubringen vermag, unterwarf ich eine Alkoholflamme dieser Untersuchung, welche nebenbei noch eine viel höhere Temperatur besitzt, als die der Petroleumlampe. Die Anordnung und der Erfolg dieses Versuches waren dieselben, wie bei der Flamme eines Stearinlichtes. Die Sonnenstrahlen vermögen indess nicht zu jeder Jahreszeit in der Flamme die radiophonischen Töne hervorzubringen. Mit einem guten Erfolg gelangen mir diese Versuche während der brennenden Sonnenhitze, die gegen Ende Mai und Anfang Juni d. J. in Südrussland herrschte. Mit einer künstlichen Lichtquelle gelangen die Versuche mit der Flamme nicht.

Die Herren Tyndall¹⁾ und Röntgen²⁾ scheinen der Ansicht zu sein, dass die von ihnen bei den Gasen beob-

1) Tyndall, La Revue scientifique de la France et de l'étranger (3) 1. p. 204. 1881.

2) Röntgen, Wied. Ann. 12. p. 155. 1881.

achteten radiophonischen Töne durch die Absorption der die gasförmigen Körper durchdringenden Lichtstrahlen, also durch regelmässige Schwankung ihrer Temperatur hervorgebracht werden.

Diese Ansicht setzt voraus, dass die Absorption der Lichtstrahlen durch ein Gas in einer Umwandlung derselben in Wärme bestehe. Nun aber lässt sich die Flamme eines Stearinlichtes oder einer Petroleumlampe auch als ein Gas betrachten, und in diesem Gase, wenn die obige Ansicht richtig ist, müssen die radiophonischen Töne dadurch erzeugt werden, dass bei der Flamme unter der Einwirkung der intermittirenden Sonnenstrahlen eine Temperaturschwankung, also Abkühlung und Erwärmung stattfindet.

Ich lasse dahingestellt, ob eben nur die Flamme selbst durch die Sonnenstrahlen erhitzt werden kann, da, wie man sich direct durch einen Versuch überzeugen kann, ihre gasförmigen Producte, nachdem sie zu leuchten aufgehört haben, nicht mehr im Stande sind, bei gleichen Umständen die Radiophonie zu erzeugen.

Kaiserl. Neu-russische Univ. zu Odessa, September 1886.

XI. Ueber das Spectrum des Germaniums; von Gustaf Kobb.

Das bei diesen Untersuchungen benutzte Germanium wurde mir von dem Hrn. Prof. C. Winkler in Freiberg gütigst zur Verfügung gestellt. Der Spectralapparat ist von Duboscq in Paris construirt und hat sechs Prismen, die mittelst eines Hebels auf das Minimum der Ablenkung eingestellt werden können. Als Messvorrichtung diente eine Mikrometerschraube, mit welcher dem Beobachtungsfernrohre eine feine Bewegung ertheilt werden konnte. Das Ocular ist von Hilger in London construirt und hat als Index eine bis in das halbe Gesichtsfeld reichende Stahlspitze, die von oben mittelst eines kleinen Spiegels beleuchtet wird.

Durch Drehung des Spiegels kann die Intensität der Beleuchtung regulirt werden. Ich kann diese Vorrichtung als sehr praktisch empfehlen.

In dem mit diesem Instrumente erzeugten Sonnenspectrum sieht man wenigstens bei guter Luft im weniger brechbaren Theile die meisten Linien der Ångström'schen Tafeln, im Blau und Violett dagegen eine Fülle von Linien, die in diesen Tafeln nicht zu finden sind. In Bezug auf Schärfe und Klarheit bleibt nur wenig zu wünschen übrig.

Die von einem grossen Inductor von Charpentier in Paris erzeugten Funken schlugen zwischen einer Electrode von Germanium und einer von Platin über. Die Platinlinien sind dabei nicht störend, da sie nur einen Theil des Gesichtsfeldes einnehmen und dadurch leicht erkennbar sind.

Die Germaniumlinien wurden mittelst mikrometrischer Messung des Abstandes von zwei in der Nähe davon liegenden Sonnenlinien nach der von Hrn. Prof. Thalén angewandten Methode in das Sonnenspectrum einregistrirt. Ich gebe in der folgenden Tabelle die Wellenlängen der gemessenen Linien bis auf eine halbe Einheit nebst Bemerkungen über dieselben.

λ	Bemerkungen	λ	Bemerkungen
6336		5131	breit diffus
6020	sehr stark	4813	breit diffus
5892	sehr stark	4742	breit diffus
5255,5		4684,5	scharf schwach
5228,5		4291	diffus schwach
5209		4260,5	diffus schwach
5177,5	breit diffus	4225,5	
5134		4178	diffus schwach

Stockholms Högskolas Fysiska Institut, 19. Juni 1886.

XII. *Ueber eine neue Quecksilberluftpumpe; von Greiner und Friedrichs in Stützerbach.*

Bis jetzt sind drei verschiedene Systeme Quecksilberluftpumpen in Anwendung, nämlich die Geissler'sche, die Töpler'sche und die Sprengel'sche; sämmtliche haben ihre Vorzüge und ihre Nachtheile. Uebelstände sind, z. B. bei der Geissler'schen Pumpe, die nothwendigen vielen Hähne, bei der Töpler'schen, die durch das weitverzweigte Röhrensystem bedingte Zerbrechlichkeit, während sich die Sprengel'sche Pumpe nur für gewisse Arbeiten eignet.

Die umstehend beschriebene Quecksilberluftpumpe erhebt durchaus keinen Anspruch darauf, alle möglichen Nachtheile, die eine Quecksilberluftpumpe aufweisen kann, zu beseitigen, noch alle Vorzüge in sich zu vereinigen; sie soll nur eine leicht übersichtlich und handliche Pumpe sein, die sich für alle Arbeiten eignet und dabei doch die Herstellung eines guten Vacuums ermöglicht.

Diese Luftpumpe zeigt einen ganz eigenthümlich construirten Haupthahn. Derselbe ist ein Dreiweghahn, aber erheblich verschieden von dem der Geissler'schen Pumpe. Der neue Dreiweghahn hat zwei Bohrungen, die zur Axe des Hahnstopfens schräg stehen. Je nachdem der Hahn gedreht wird, öffnet oder verschliesst er den einen oder den anderen Durchgang. Vorzüge dieses Hahnes sind: 1) der dadurch bedingte Wegfall der leidigen Rillenbildung zwischen Hülse und Stopfen in der peripheren Richtung der Bohrungen, wodurch leicht der Hahn undicht wird; 2) treten an Stelle der bei der Geissler'schen Pumpe nöthigen Drehungen von 45° zum Umstellen des Haupthahnes solche von 90° und 180° , was auch viel zur Sicherheit des Arbeitens beiträgt.

Ferner sind die wenigen Schliffstücke mit Quecksilberdichtungen versehen, sodass das etwaige Eindringen der Luft verhütet wird.

Das Arbeiten mit der Pumpe ist sehr einfach, da nur ein einziger Hahn zu bedienen ist.

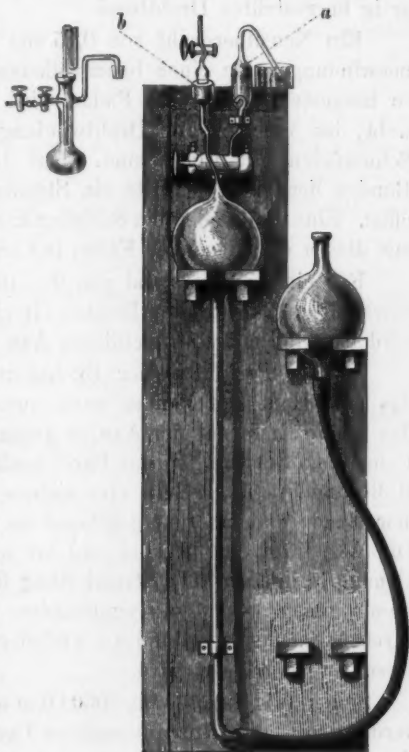
Beim Heben des Quecksilbers wird der Hahn so gestellt,

dass das Quecksilber in den erweiterten Aufsatz *a* über den Hahn eindringt. Derselbe hat den Zweck, ein gewisses Quantum Quecksilber aufnehmen zu können, ohne dass dasselbe ausspritzt. Hierauf wird durch eine Drehung von 90° der Hahn geschlossen. Nachdem durch Senken des Quecksilbergefäßes das Quecksilber aus der Kugel getreten ist, wird der Hahn um weitere 90° gedreht, sodass die Verbindung mit der Einsaugröhre *b* hergestellt wird.

Nachdem dieses geschehen, wird der

Hahn wieder geschlossen, das Quecksilber zum Steigen genöthigt und dann die Luft durch den Hahn hinausgetrieben u. s. f. Sollen, wie bei den Blutgasanalysen, feuchte Gase aus dem Recipienten gesogen werden, so bedient man sich des einfachen Trockenapparates, der mit Chlorcalcium oder anderen, Feuchtigkeit absorbirenden Materialien gefüllt ist.

Die Quecksilberluftpumpe kann je nach der Grösse und der darin enthaltenen Quecksilbermasse mit oder ohne Hebewerk angefertigt werden.



XIII. *Drahtbandrheostat; von Adolph Grosse.*

Der Hauptbestandtheil dieses Rheostaten ist ein eigenartig hergestelltes Drahtband.

Ein Neusilberdraht von 0,15 mm Stärke ist in Schraubenwindungen um einen baumwollenen Faden gedreht. Der so hergestellte umdrehte Faden wird zu einem Bande webt, bei welchem alle Drahtwindungen durch Ketten- und Schussfäden gut isolirt sind. Auf der ganzen Länge des Bandes liegt in der Mitte ein Streifen von Querdrahtfäden offen. Eine Rolle oder ein Schieber kann an beliebiger Stelle mit diesen offenliegenden Fäden in Contact gebracht werden.

Für einen Widerstand von 0 — 1000 Ohm genügen 4 m eines solchen 2 cm breiten Bandes. In einer Hartgummibüchse wird dasselbe auf eine metallene Axe aufgerollt.

An der Peripherie der Büchse ist durch einen Schlitz das eine Ende des Bandes nach aussen gezogen, während das innere Ende mit der Axe in guten Contact gebracht ist. Ueber dem Schlitz, wo das Band nach aussen tritt, ist eine Rolle angebracht, welche eine sichere Verbindung zwischen dem Bande und einer aufgeschraubten Polklemme vermittelt. Die Axe trägt eine Kurbel und ist mit einer zweiten Polklemme verbunden. Die Stromleitung findet demnach in dem Bande einen leicht zu regulirenden Widerstand, welcher durch Ausziehen des Bandes vermindert und durch Aufrollen desselben vergrössert wird.

Sollen Widerstände bis 3000 Ohm und mehr eingeschaltet werden, so ist ein Apparat anderer Construction nöthig. In einem Holzkasten befinden sich dicht nebeneinander zwei Holztrommeln von je 15 cm Durchmesser. Etwa 6 m des oben beschriebenen Bandes, aber von 4 cm Breite, sind mit den Enden an je eine der Holzrollen befestigt.

Zwischen den Trommeln ist eine Contactrolle mit Polklemme angebracht, über welche das Band läuft. Die zweite Polklemme ist durch die Axe der einen Trommel mit einem Ende des Bandes verbunden.

Durch Kurbeldrehung kann nun das ganze Band auf diese Rolle gewunden werden und alsdann findet der Strom von der Axe bis zur Contactrolle den Widerstand des ganzen Bandes. Wird durch eine zweite Kurbel das Band auf die Nachbarrolle gewunden, so wird allmählich der Widerstand bis auf Null vermindert. Eine im Kasten angebrachte Glasplatte ermöglicht ein leichtes Ablesen der im schwarzen Bande gelb eingestickten Widerstandsbezeichnungen. Zweimalige Umdrehung einer Kurbel verändert an diesem Apparate den Widerstand um 500 Ohm.

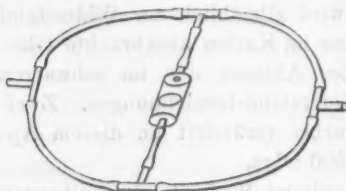
Das Drahtband kann noch zu Widerstandsschaltungen der verschiedensten Art gebraucht werden.

Die Herstellung des Bandes ist der Firma Dr. Stöhrer und Sohn gesetzlich geschützt.

XIV. *Eine Wheatstone'sche Brücke für Luft- und Wasserfluss; von W. Holtz.*

Der vorliegende kleine Apparat war ursprünglich dazu bestimmt, die Widerstände, welche Röhren verschiedener Beschaffenheit der Luft- und Wasserbewegung bieten, nach Art der Wheatstone'schen Brücke miteinander zu vergleichen. Dieser Zweck ist vorläufig nicht erreicht, weil der Apparat in seiner bisherigen Fassung nicht genügend empfindlich ist. Gleichwohl will ich ihn kurz beschreiben, weil er als Demonstrationsapparat zur Erläuterung der Wheatstone'schen Brücke dienen kann. Vier T-förmige Stücke aus Messingrohr sind durch ebensoviele Gummischläuche so miteinander verbunden, dass das Ganze ein ringförmiges in sich geschlossenes Röhrensystem gibt. An zwei gegenüberliegenden Stellen sind Oeffnungen, die eine für den Zufluss, die andere für den Abfluss bestimmt. Die zwischen beiden liegenden Hälften des Ringes communiciren wieder durch

eine Gummiröhre, in deren Mitte ein Glasrohr eingeschaltet ist. In der Mitte der letzteren ist an zwei Coconfäden ein feines Scheibchen aus Papier oder Guttapercha aufgehängt. Sind die vier Röhren, welche die beiden Zweige bilden, ganz



gleich, oder verhalten sich die Widerstände des einen wie die Widerstände des anderen, so fliesst durch das Glasrohr kein Strom, und das Scheibchen wird keine Bewegung zeigen. Im an-

deren Falle erfolgt ein um so grösserer Ausschlag nach der einen oder anderen Seite, je grösser das Missverhältniss der Widerstände, und je stärker die Strömung ist. Sind die Widerstände so abgeglichen, dass das Scheibchen nicht ausschlägt, so lässt sich sofort durch Zusammendrücken einer Gummiröhre ein Ausschlag bewirken.

Vielleicht lässt sich auch eine Wheatstone'sche Brücke für Wärmefluss construiren, in welcher die Zweige aus vier dicken Metallstäben geformt, die eine Verzweigungsstelle stark erhitzt, die andere abgekühlt ist, und zwischen den Zweigen eine Thermosäule eingefügt ist, welche mit einem Galvanometer verbunden ist.

Namenregister zum Jahrgang 1886.

A.

- Adler, G., Energie magnetisch polarisirter Körper 28, 509.
 Alexejew, W., Lösungen 28, 305.
 Arbes, J., s. Mach.
 Arons, L., s. Cohn.
 Auerbach, W., Electricitätsleitung von Metallpulvern 28, 604.
 Aulinger, E., Verhältniss der Weber'schen Theorie der Electrodynamik zu dem von Hertz aufgestellten Princip der Einheit der electrischen Kräfte 27, 119. s. Streintz.

B.

- Bauer, K. L., Apparat zur Bestimmung des Siedepunktes der Thermometer 27, 480.
 Blasius, E., Japanische magische Spiegel 27, 142. s. Kundt.
 Bohr, C., Abweichung des Sauerstoffes von dem Boyle-Mariotte'schen Gesetze bei niedrigen Drucken 27, 459.
 Boltzmann, L., Electrodynamik 29, 598.
 Budde, E., Electrodynamische Punktgesetze 29, 488.
 Bunsen, R., Zersetzung des Glases durch Kohlensäure enthaltende capillare Wasserschichten 29, 161.

C.

- Cohn, E., u. L. Arons, Leitungsvermögen und Dielectricitätsconstante 28, 454.
 Colley, R., Methoden zur Beobachtung electrischer Schwingungen 28, 1.

D.

- Dessau, B., Metallschichten durch Zerstäuben einer Kathode 29, 353.
 Donle, W., Thermoelectrisches Verhalten von Electrolyten 28, 574.

E.

- Edlund, E., Electromotorische Kraft des electrischen Funkens 28, 560. — Unipolare Induction 29, 420.
 Elsas, A., Nobili'sche Farbenringe 29, 331.
 Eötvös, R., Oberflächenspannung der Flüssigkeiten und Molecularvolumen 27, 448.
 v. Ettingshausen, A., u. W. Nernst, Thermoelectromotorische Kräfte in Metallplatten im magnetischen Felde 29, 343.
 Exner, K., Linsenformel 28, 111. — 29, 484.

F.

- Fischer, W., Tension gesättigter Dämpfe 28, 400.
 Föppl, A., Maximum der galvanischen Polarisation 27, 187. — Absolute Geschwindigkeit des electrischen Stromes 27, 410. — Vertheilung der electrischen Ladung in Leitern 29, 591.
 Fromme, C., Polarisation durch kleine electromotorische Kräfte 29, 497.
 Fuchs, K., Randwinkel einander berührender Flüssigkeiten 29, 140.

G.

- Gerhardt, R., Rohrföte 28, 281.
 Graetz, L., Elasticität des Kautschuks 28, 354. — Electricitätsleitung von festen Salzen unter hohem Druck 29, 314.
 Greiner u. Friedrichs, Neue Quecksilberluftpumpe 29, 672.
 Grosse, A., Drahtbandrheostat 29, 674.

H.

- Haga, H., Fortführung der Wärme durch den galvanischen Strom 28, 179.
 Hagenbach, E., Fortpflanzung der Electricität im Telegraphendraht 29, 377.
 Hallwachs, W., Electrometrische Untersuchungen 29, 1. — Potentialverstärker 29, 300.
 Hamburger, M., Zeitdauer des Stosses von Cylindern und Kugeln 28, 653.
 Hansemann, G., Bestimmung der Schwingungsdauer von Magnetstäben 28, 245.
 Hasselberg, B., Schwefelkohlenstoffprismen bei spectrokopischen Beobachtungen von hoher Präcision 27, 415.
 Heim, C., Electricisches Leitungsvermögen übersättigter Salzlösungen 27, 643.
 v. Helmholtz, R., Dämpfe und Nebel 27, 508.
 Hennig, R., Homogenität von Messing, Zink, Kupfer und Eisen 27, 321.
 Heritsch, A., Radiophonie 29, 665.
 Himstedt, F., Ohmbestimmung 28, 338. — Bestimmung der Grösse „ v “ 29, 560.
 Holtz, W., Wheatstone'sche Brücke für Luft- und Wasserfluss 29, 675.
 Hoppe, E., Unipolare Induction 28, 478. — 29, 544.

J.

- Jahn, H., Chemische Energie und Stromenergie galvanischer Elemente 28, 21. 491. — Galvanische Polarisation 28, 498. s. Pebal.
 Ihmori, T., Aufnahme des Quecksilberdampfes durch Platinmohr 28, 81. s. Warburg.

K.

- Kalischer, S., Electricitätsentwicklung bei der Condensation von Wasserdampf 29, 407.
 Ketteler, E., Grenzfall der Krystallreflection 28, 230. — Totalreflexion von Krystallen. 28, 520.
 Kiewiet, J., Biegeelasticität von reinem Zink, Kupfer, Zinn und ihren Legirungen 29, 617.
 Kirchhoff, G., Gleichgewichtsvertheilung der Electricität auf zwei leitenden Kugeln 27, 673.
 Klein, E., Electricisches Leitungsvermögen von Doppelsalzen 27, 151.
 Kobb, G., Spectrum des Germaniums 29, 670.
 König, A., Abwehr 27, 679. — Bestimmung des Elasticitätsmoduls 28, 108. — Raumanschauung 28, 366.
 Kohlrausch, F., Absoluter Strommesser für schwache electricische Ströme 27, 403. — Localvariometer 29, 47.
 Kohlrausch, F. u. W., Electrochemisches Aequivalent des Silbers 27, 1.
 Koláček, F., Goldblattelektroskop 28, 525. — Dampfspannungen 29, 347.
 v. Kolenko, B., Pyroelectricität des Quarzes 29, 416.
 Kollert, J., Galvanometer 29, 491.
 Krüger, R., Bestimmung der verticalen Intensität eines magnetischen Feldes 28, 613.
 Kundt, A., Doppelbrechung des Lichtes in Metallschichten an der Kathode 27, 59. — Electromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen 27, 191.
 Kundt, A., u. E. Blasius, Pyroelectricität der Krystalle 28, 145.

L.

- Lahr, J., Grassmann'sche Vocaltheorie 27, 94.
 Lamprecht, R., Einwirkung des Magnets auf electricische Gasentladungen 29, 580.
 v. Lang, V., Bestimmung der Tonhöhe einer Stimmgabel mit dem Hipp'schen Chronoskop 29, 132.

Lommel, E., Aërostatische Wage zur Bestimmung der specifischen Gewichte der Gase 27, 144.

Lorberg, H., Electrodynamik 27, 666.

Lüdeking, Ch., Specifische Wärmen, specifische Gewichte und Hydratationswärmen der fetten Säuren und ihrer Mischungen mit Wasser 27, 72.

M.

Mach, E., u. J. Arbes, Totale Reflexion und anomale Dispersion 27, 436.

Mack, K., Pyroelectriche und optische Beobachtungen am brasilianischen Topas 28, 153.

Maurer, R., Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation bei Stäben aus Leimgallerte 28, 628.

Meissner, F., Beim Benetzen pulverförmiger Körper auftretende Wärmetönung 29, 114.

Müller-Erzbach, W., Constitution wasserhaltiger Salze nach ihrer Dampfspannung 27, 623. — Absorptionskraft bei zunehmender Entfernung 28, 684.

Muraoka, H., Deformation der Metallplatten durch Schleifen 29, 471.

N.

Natanson, E. u. L., Dissociation des Untersalpetersäuredampfes 27, 606.

Nernst, W., s. v. Ettingshausen.

Noak, K., Fluidität von Flüssigkeitsgemischen 27, 289. — von absoluter und verdünnter Essigsäure 28, 666.

O.

Oberbeck, A., Resonanz electrischer Schwingungen 28, 366.

P.

Pebal, L., u. H. Jahn, Specifische Wärme des Antimons und einiger Antimonverbindungen 27, 584.

Pulfrich, C., Elastische Nachwirkung eines Kautschukschlauches und deren Einfluss auf die Constante μ 28, 87.

Q.

Quincke, G., Capillarconstanten von Flüssigkeiten 27, 219. — Electriche Untersuchungen 28, 529.

R.

Reinke, J., Spectrophor 27, 444.

Riecke, E., Pyroelectricität des Turmalins 28, 43.

Röntgen, W. C., u. J. Schneider, Compressibilität und Oberflächenspannung von Flüssigkeiten 29, 165.

S.

Sack, H., Inductionsconstanten von Magneten in magnetischen Feldern von verschiedener Stärke 29, 53.

Schmidt, K., Reflexion an der Grenze krystallinischer elliptisch polarisirender Medien 29, 451.

Schneider, J., s. Röntgen.

Schrauf, A., Dispersionsäquivalent von Schwefel 27, 300. — Ausdehnungscoefficient des Schwefels 27, 315. — Dispersion und axiale Dichte bei prismatischen Krystallen 28, 433. — Dgl. bei trimetrischen Krystallen 28, 438.

Schröder, Th., Einfluss der Temperatur auf die elastische Nachwirkung 28, 369.

Schulze, R., Abänderung des E. Wiedemann'schen Pyknometers 28, 144.

Schumann, O., Dicke der adsorbirten Luftschicht auf Glasflächen 27, 91.

Siemens, W., Erhaltung der Kraft im Luftmeere der Erde 28, 263.

Sohncke, L., Electromagnetische Drehung natürlichen Lichtes 27, 203. — Electricisirung von Eis durch Wasserreibung 28, 550.

Stankewitsch, B. W., Dynamische Gastheorie 29, 153.

Stefan, J., Theorien der Capillarität und Verdampfung 29, 655.

Stenger, F., Fluorescenz 28, 201. — Electriche Rückstände 28, 365. — Berichtigung 28, 368.

Streintz, F., u. E. Aulinger, Galvanische Polarisation des Bleies 27, 178.

Stscheglaieff, W., Electromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Eisenchlorid 28, 168.

T.

Toepler, A., Vorlesungsversuche zur Wellenlehre 28, 447.

Tumlriz, O., Verhalten des Bergkrystalles im magnetischen Felde 27, 133.

U.

v. Uljanin, W., Methoden zur Messung electromotorischer Kräfte 27, 657

V.

Vogel, H. W., Farbenwahrnehmungen und Photographie in natürlichen Farben 28, 130.

Voigt, W., Torsion eines rechteckigen Prismas aus homogener krystallinischer Substanz 29, 604.

Volkman, P., Capillarconstanten von Flüssigkeiten 28, 135. — Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und anisotrope Medien 29, 263.

W.

v. Waltenhofen, A., Formeln von Müller und Dub für cylindrische Electromagnete 27, 630.

Warburg, E., Druck des gesättigten Dampfes 28, 394.

Warburg, E., u. T. Ihmori, Gewicht und die Ursache der Wasserhaut bei Glas und anderen Körpern 27, 481.

Weber, C. L., Galvanisches Leitungsvermögen leichtschmelzbarer Metalllegirungen 27, 145.

Weidmann, G., Elastische und thermische Nachwirkung des Glases 29, 214.

Weinstein, B., Capillarität 27, 544.

Wiedemann, G., Magnetische Untersuchungen 27, 376.

Wien, W., Bei der Beugung des Lichtes auftretende Absorptionserscheinungen 28, 117.

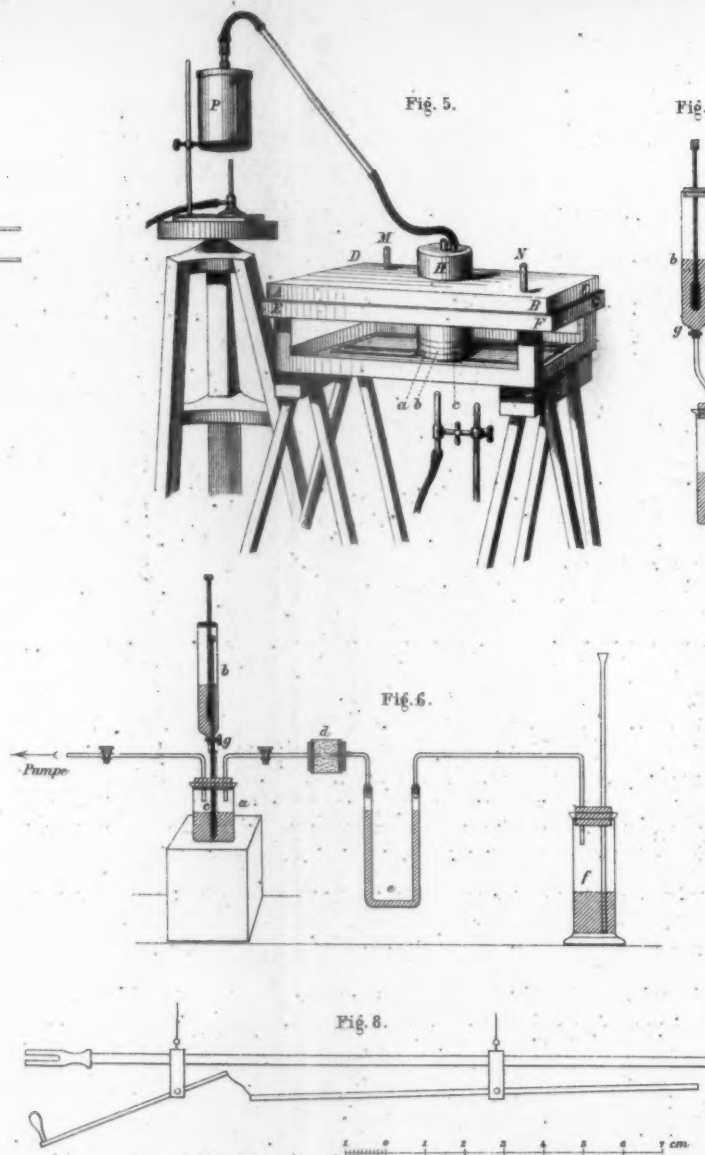
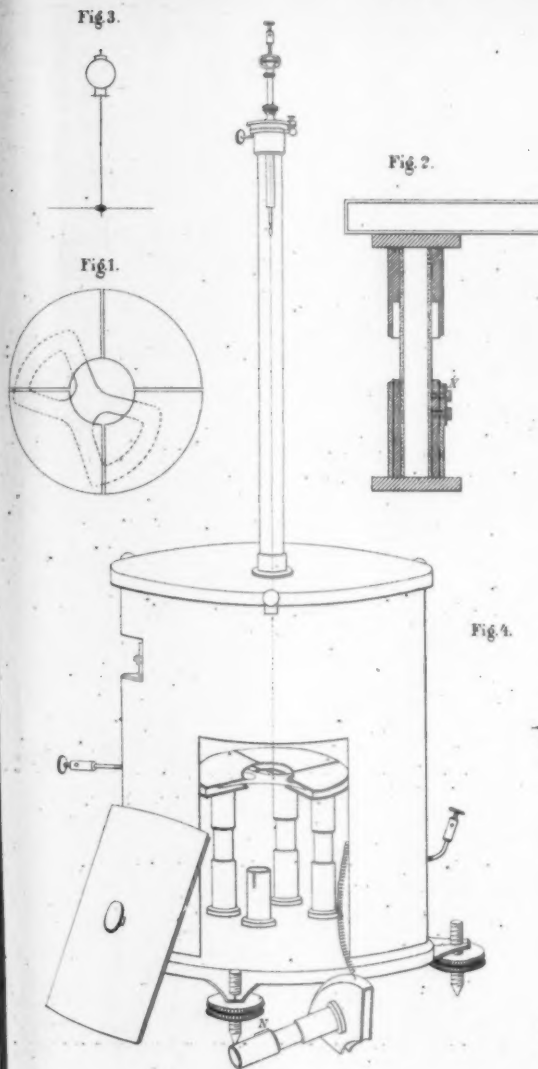
Winkelman, A., Vorlesungsversuch über Gasdiffusion 27, 479. — Abhängigkeit der Wärmeleitung der Gase von der Temperatur 29, 68.

v. Wroblewski, S., Isopyknen 29, 428.

Z.

Zehnder, L., Bestimmung des specifischen Gewichtes leicht löslicher Substanzen 29, 249.

Zott, A., Permeabilität von Diaphragmen und deren Verwendbarkeit als dialytische Scheidewände 27, 229.



Hallwachs Fig. 1-4. Winkelmann Fig. 5. Meissner Fig. 6.

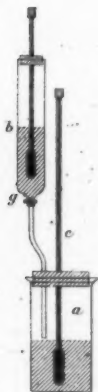
Fig. 6^a.

Fig. 7.

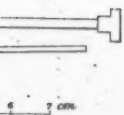
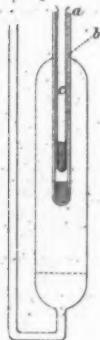


Fig. 9.

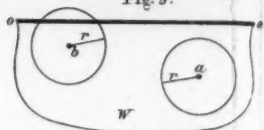


Fig. 10.

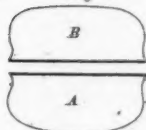


Fig. 11.

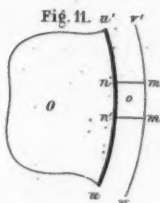


Fig. 12.



Fig. 13.

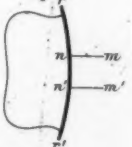


Fig. 14.



Fig. 16.

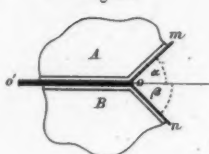


Fig. 15.

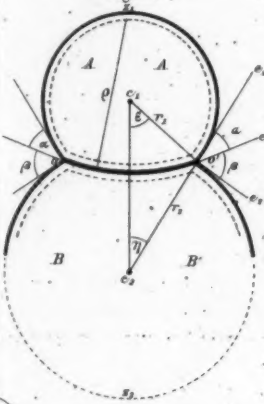


Fig. 17.

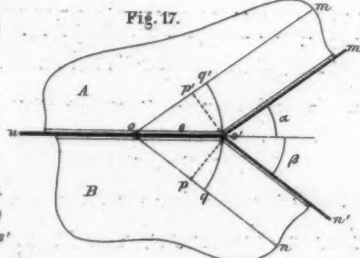


Fig. 18.

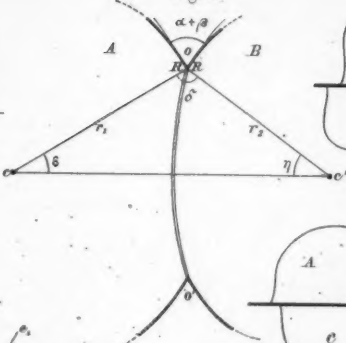


Fig. 19.



Fig. 20.

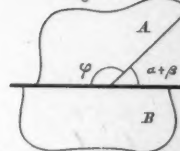
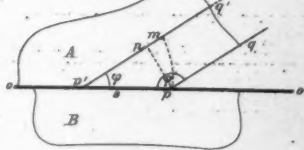


Fig. 23.

Fig. 22.



Fig. 21.



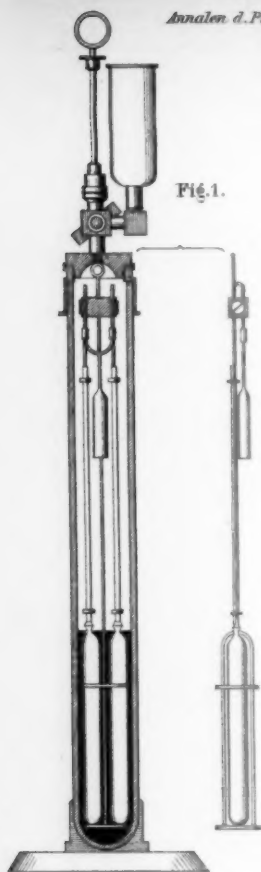


Fig. 1.

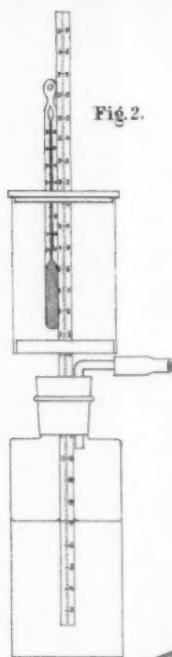


Fig. 2.

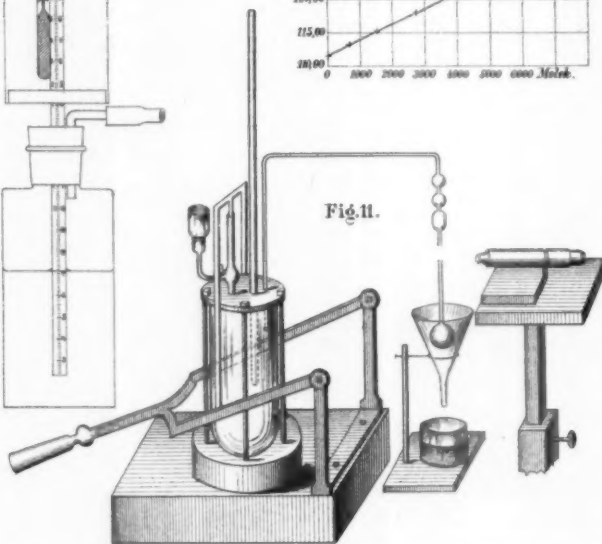
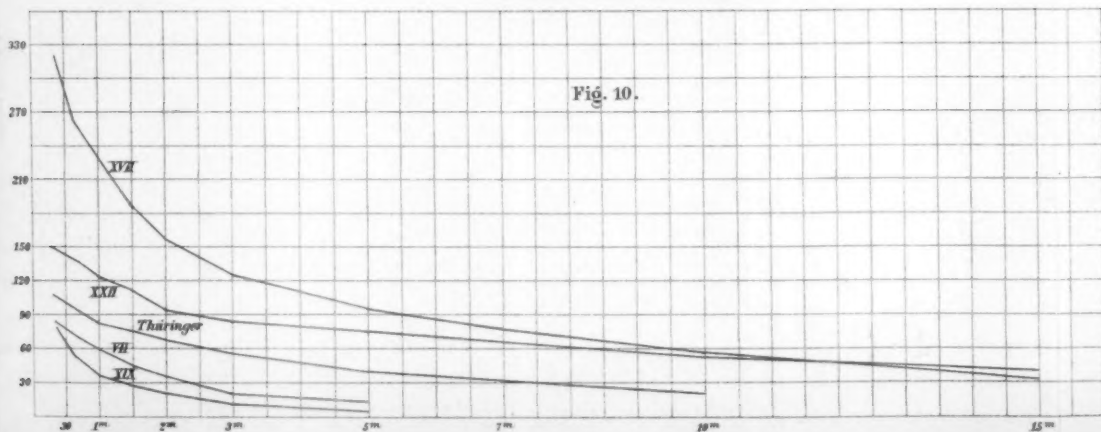
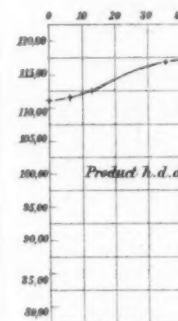
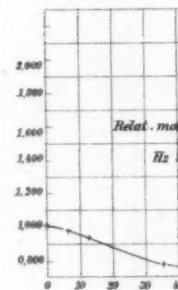
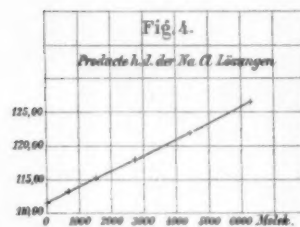
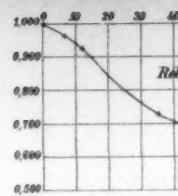
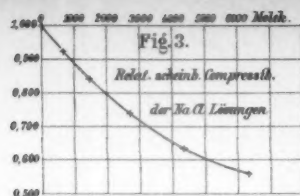


Fig. 11.



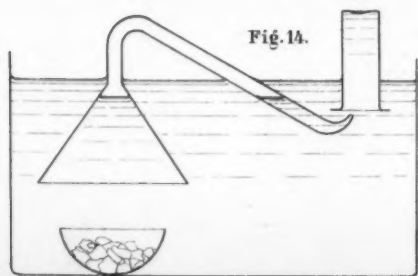
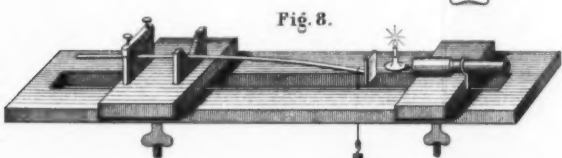
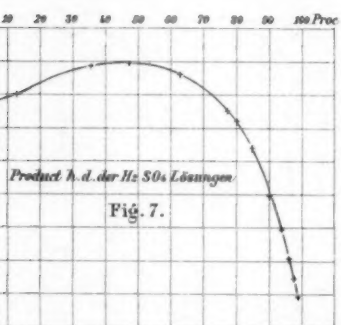
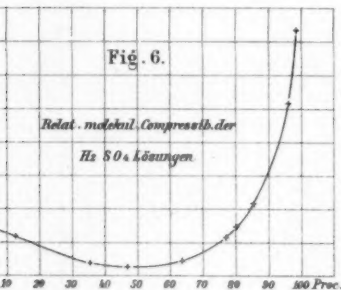
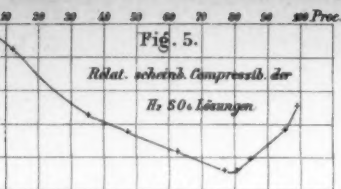
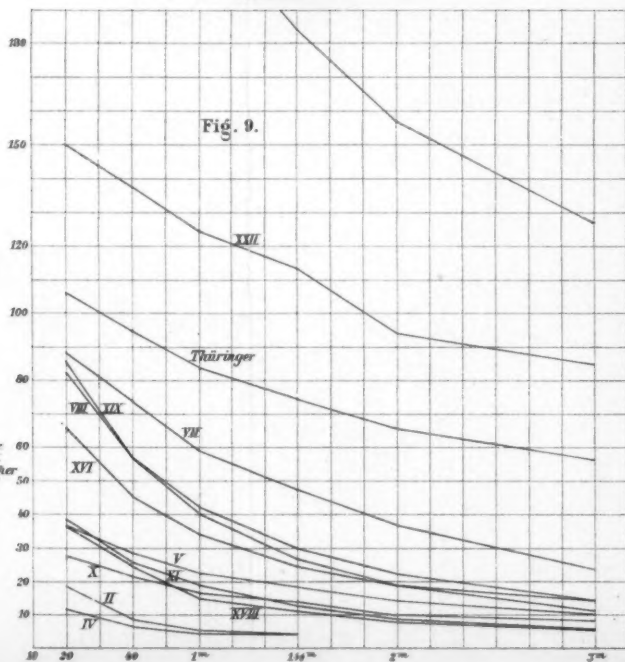
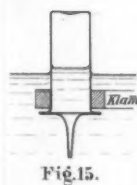
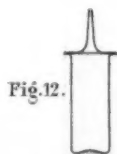
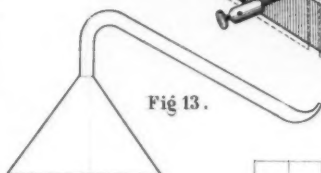
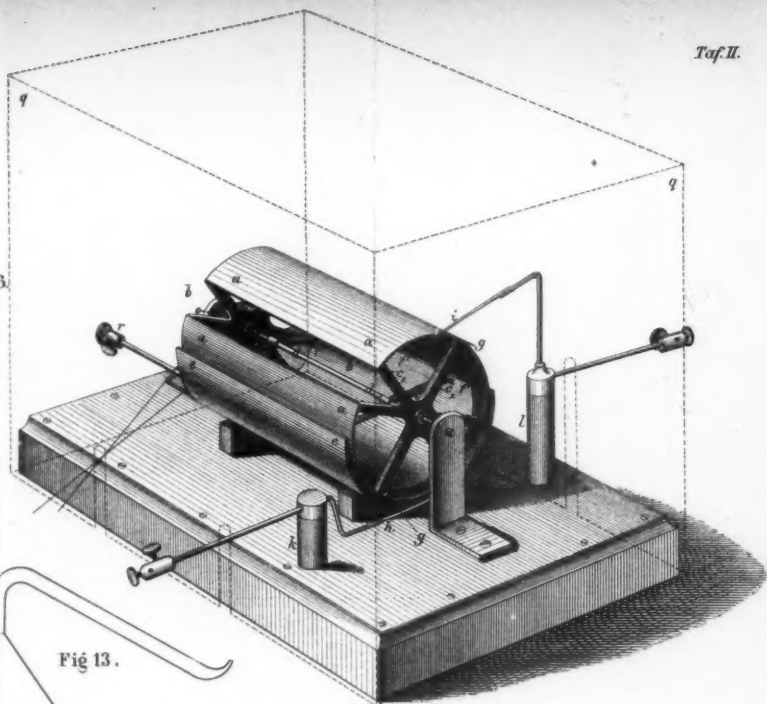


Fig. 16.



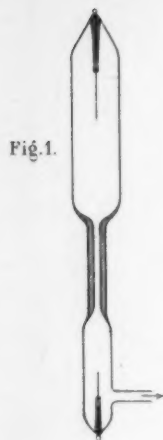
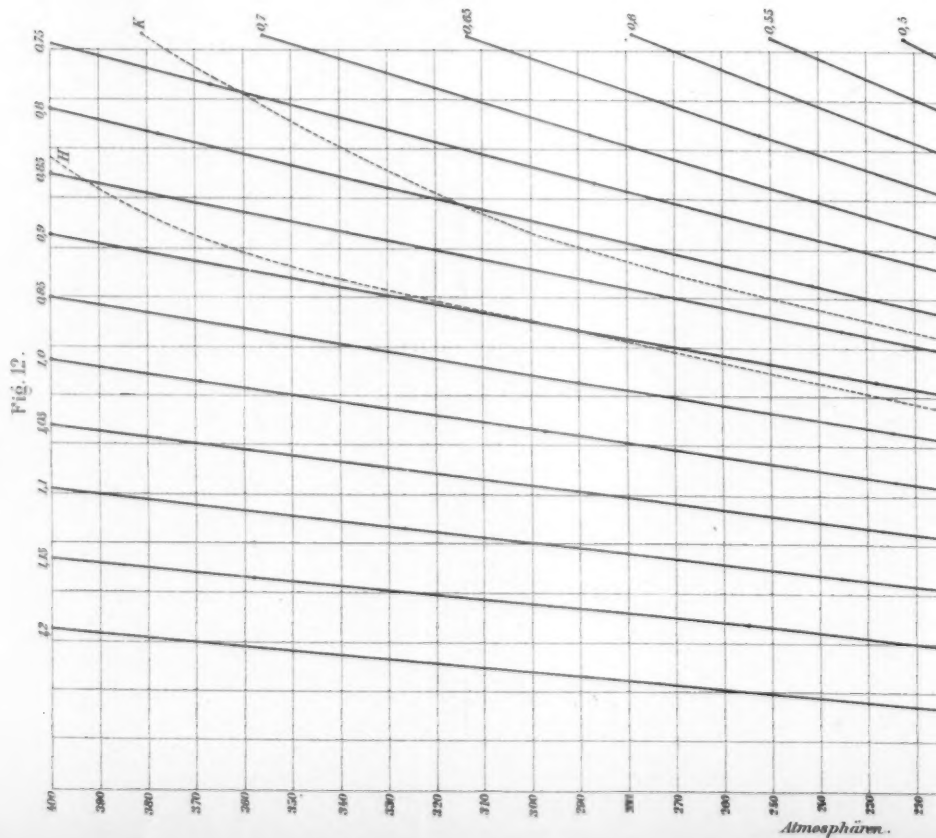
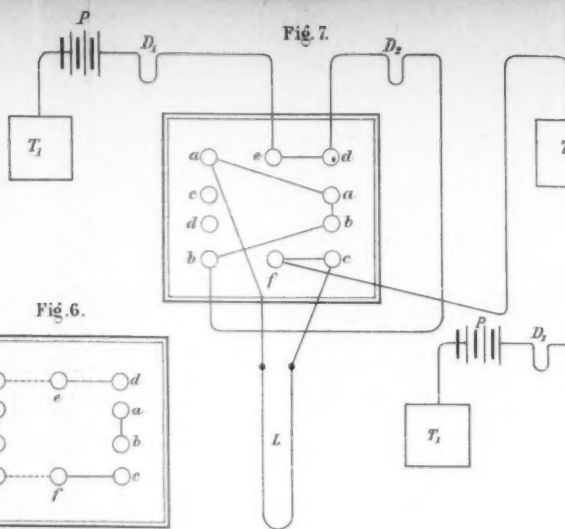
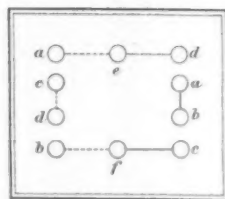
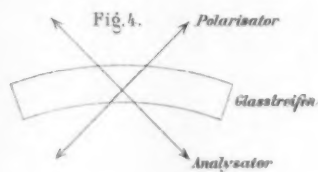
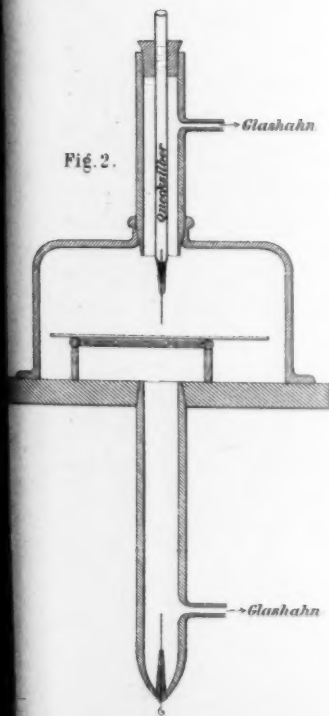
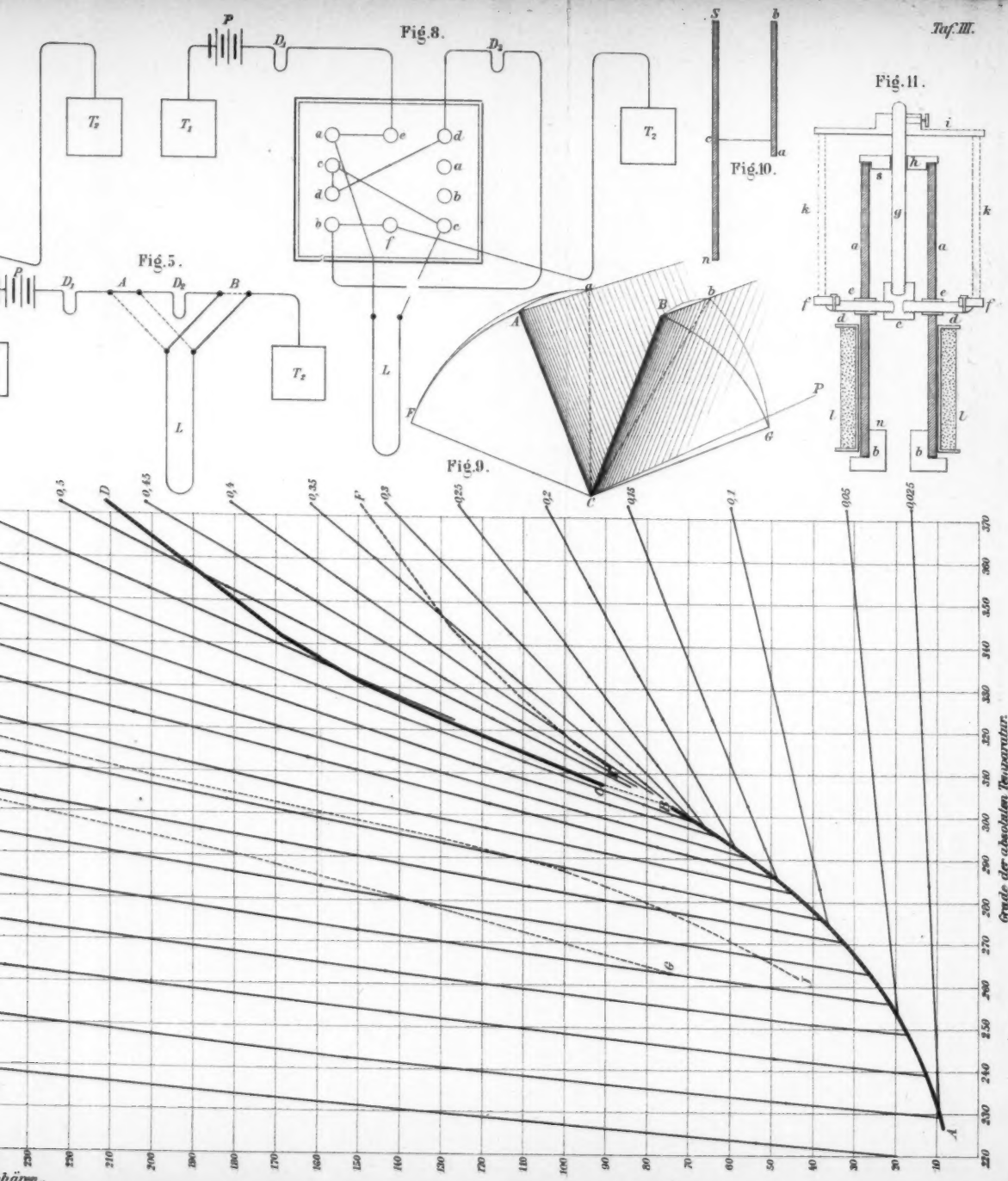
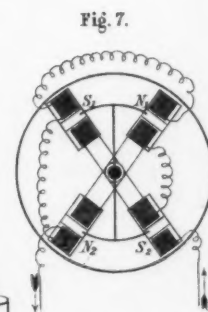
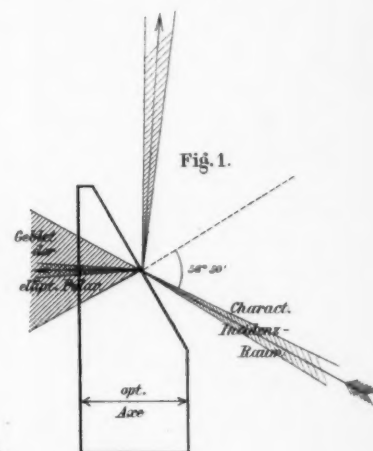
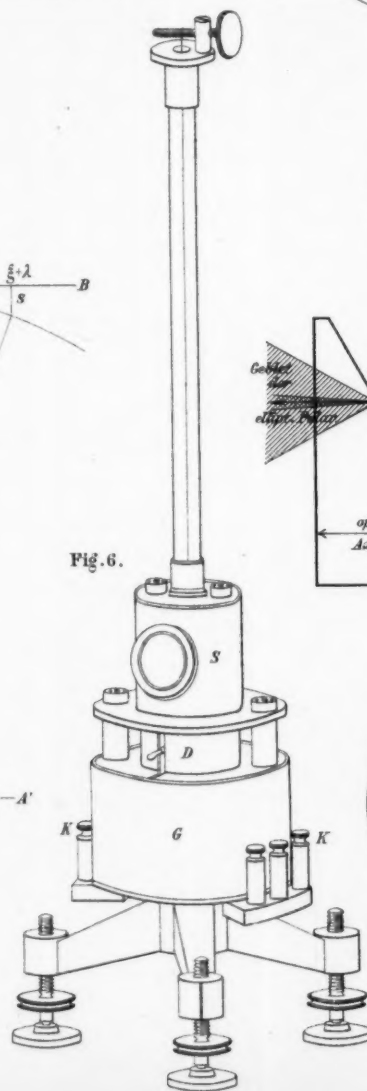
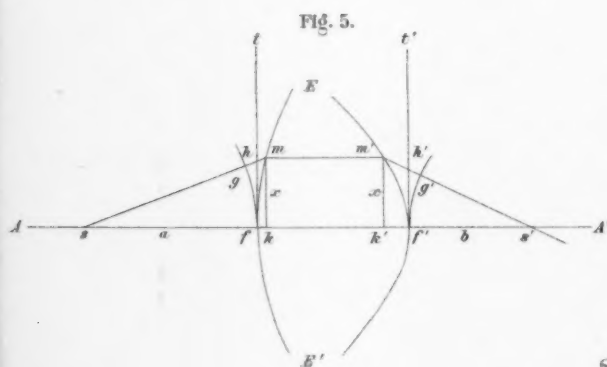
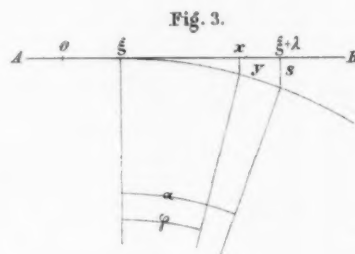
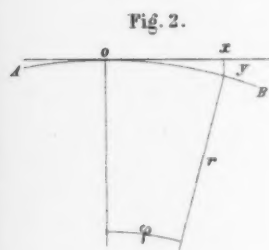
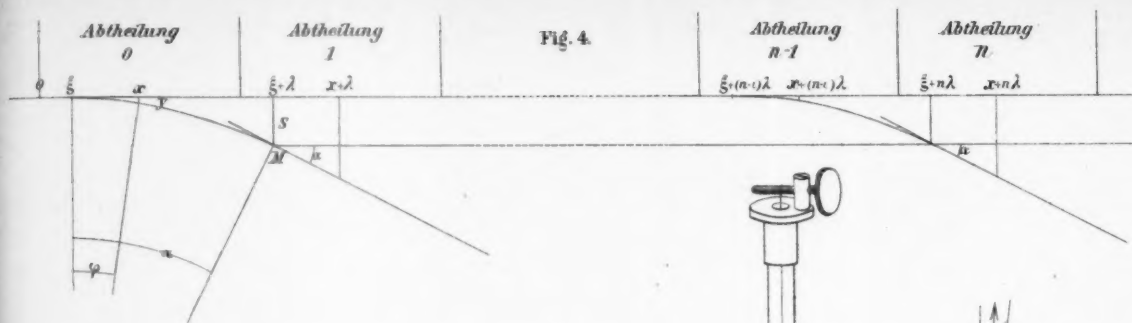


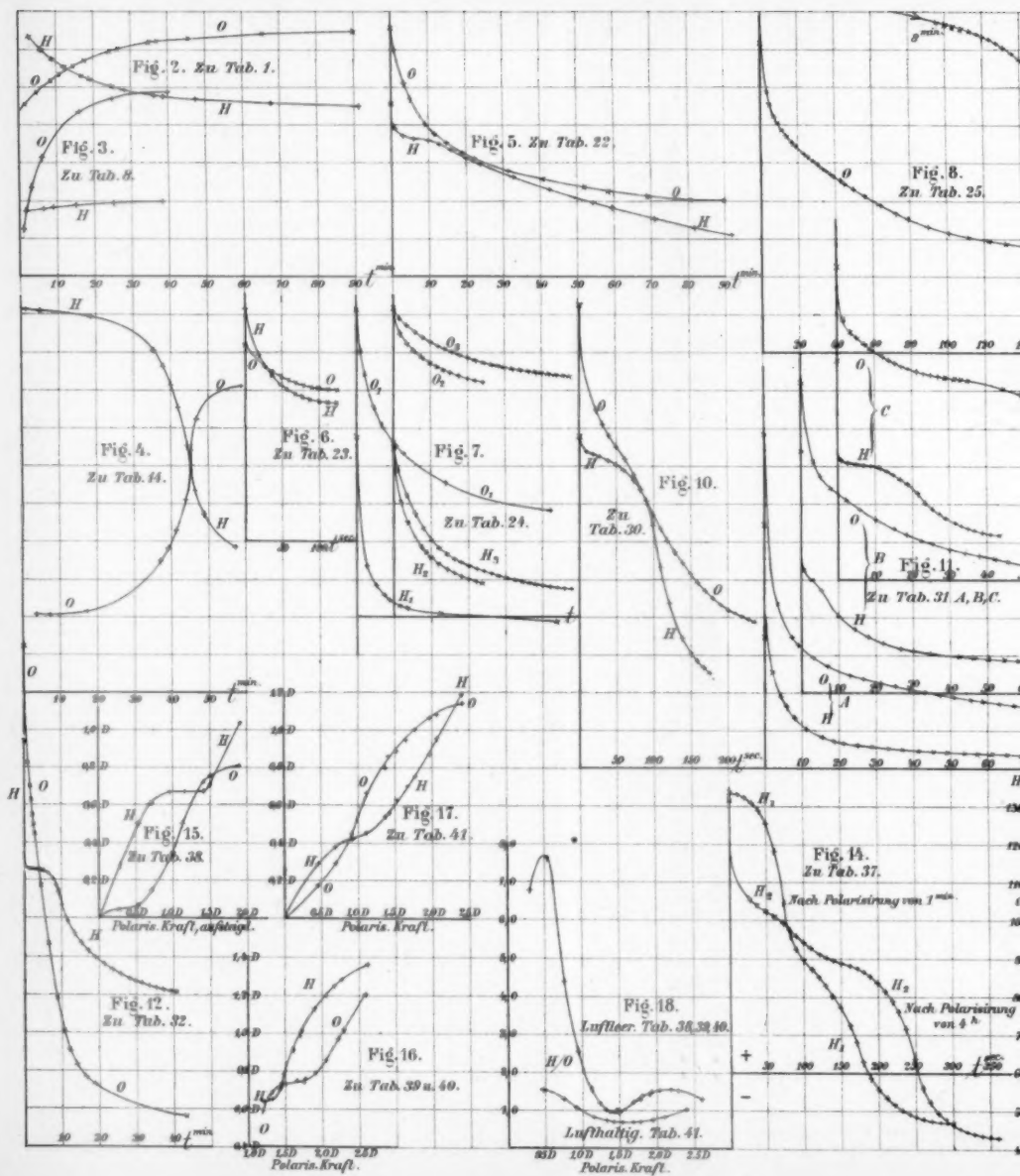
Fig. 2.

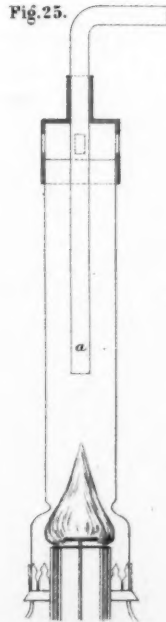
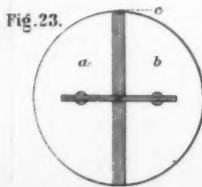
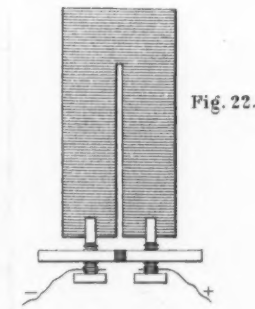
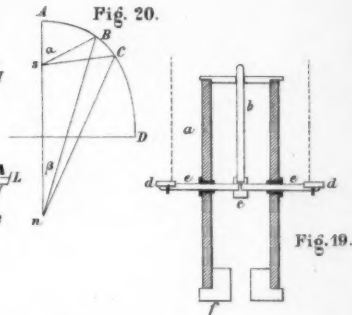
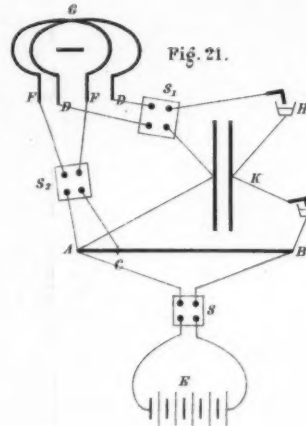
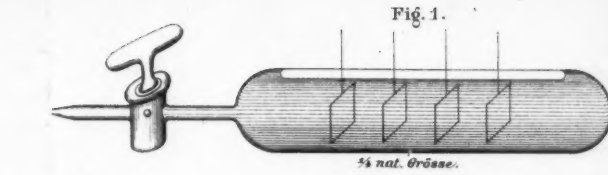
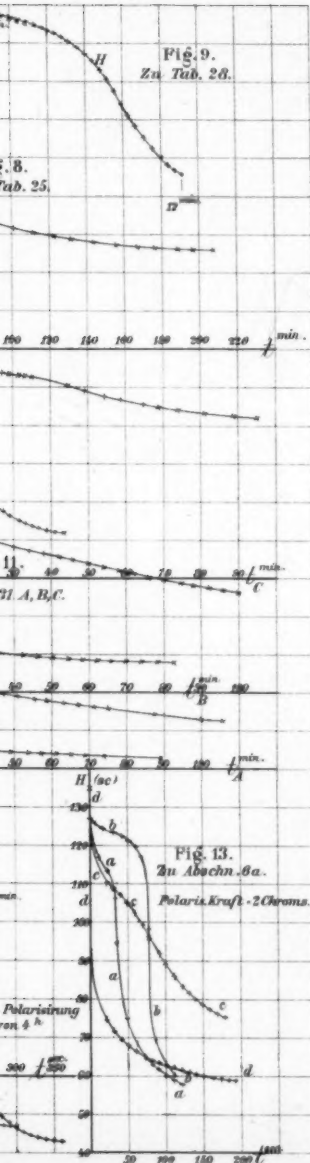






Schmidt Fig. 1. Muraoka Fig. 2-4. Exner Fig. 5. Kollert Fig. 6-7.







1886.

Nº 12.

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND XXIX. HEFT 4.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT FÜNFUNDSECHZIGSTEN BANDES
VIERTES HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERREN

H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

MIT EINER FIGURENTAFEL.



LEIPZIG, 1886.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIVS BARTH.

Geschlossen am 15. November 1886.

I n h a l t.

	Seite
I. C. Fromme. Ueber die durch kleine electromotorische Kräfte erzeugte galvanische Polarisation	497
II. E. Hoppe. Zur Theorie der unipolaren Induction	544
III. F. Himstedt. Ueber eine Bestimmung der Grösse „v“	560
IV. R. Lamprecht. Ueber die Einwirkung des Magnets auf electriche Entladungen in verdünnten Gasen	580
V. A. Foeppl. Die Vertheilung der electrichehen Ladung in den Leitern	591
VI. L. Boltzmann. Bemerkung zu dem Aufsätze des Hrn. Lorberg über einen Gegenstand der Electrodyamik	598
VII. W. Voigt. Ueber die Torsion eines rechteckigen Prismas aus homogener krystallinischer Substanz	604
VIII. J. Kiewiet. Ueber die Biegungselasticität von reinem Zink, Kupfer, Zinn und ihren Legirungen	617
IX. J. Stefan. Ueber die Beziehung zwischen den Theorien der Capillarität und der Verdampfung	655
X. A. Heritsch. Ueber die Radiophonie	665
XI. G. Kobb. Ueber das Spectrum des Germaniums	670
XII. Greiner und Friedrich. Ueber eine neue Quecksilberluftpumpe	672
XIII. A. Grosse. Drahtbandrheostat	674
XIV. W. Holtz. Eine Wheatstone'sche Brücke für Luft- und Wasserfluss	675
Namenregister	677

Die geehrten Herren Mitarbeiter erlaubt sich die Redaction der Annalen behufs correcter Herstellung des Druckes und der Tafeln, sowie richtiger Versendung der Separatabdrücke ergebenst zu ersuchen:

- 1) die Zeichnungen in möglichst exacter Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in den Text selbst einzufügen);
- 2) Citate am Rande oder unten auf den Seiten der Manuscripte (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen;
- 3) falls ausnahmsweise mehr als die 50 von der Verlagsbuchhandlung gratis abzugebenden Separatabzüge gewünscht werden, dies auf der ersten Seite des Manuscriptes (nicht erst auf den Correcturbogen) gefälligst bemerken zu wollen;
- 4) Reclamationen bezüglich etwaigen Nichtempfanges von Separatabzügen direct an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Die von Morgan und Stokes benutzte Bezeichnung der Brüche: $dy/dx = \frac{dy}{dx} \cdot (a+b)/(c+d) = \frac{a+b}{c+d}$, ist wegen der grossen Erleichterung des Satzes in dem laufenden Worttext (nicht in den auf besondere Zeilen zu stellenden Formeln) auch für die Annalen angenommen worden.

Abonnement für 1887 betreffend.

Auch im Jahr 1887 werden die drei in unterzeichnetem Verlag erscheinenden Zeitschriften:

Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge, herausg. v. G. Wiedemann. Jährlich 3 Bände in 12 Heften, Preis M 31.—,

Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie, herausg. v. G. u. E. Wiedemann. Jährlich ein Band in 12 Heften, Preis M 16.—,

Journal für praktische Chemie, Neue Folge, herausg. v. E. v. Meyer. Jährlich 2 Bände in 22 Heften, Preis M 22.—

in unveränderter Weise fort erscheinen. — Da, wie bisher, das 1. Heft des neuen Jahrgangs an die Buchhandlungen und Postanstalten, welche diese Zeitschriften besorgen, nur in der ausdrücklich bestellten Anzahl geliefert wird, so werden die geehrten Abonnenten, um keine Verspätung des Empfangs zu erfahren, gebeten, rechtzeitig den Auftrag zur Weiterlieferung zu ertheilen, soweit dies nicht einmal für allemal geschehen ist.

Nur Bestellungen des vollständigen Jahrgangs können angenommen werden.

Leipzig.

Joh. Ambr. Barth.

Bestellschein.

An

Hiermit abonnire ich auf den vollständigen Jahrgang 1887 der

Annalen der Physik u. Chemie, herausg. v. G. Wiedemann.

Beiblätter zu d. Annalen d. Physik u. Chemie, herausg. v. G. u. E. Wiedemann.

Journal für prakt. Chemie, hrsg. v. E. v. Meyer.

Verlag
von
J. A. Barth
in
Leipzig.

Unterschrift:

Abhandlung des 1752 bestehend

Die Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

Abhandlung des 1752 bestehend

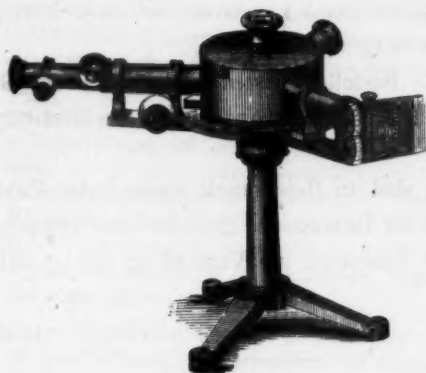
Abhandlung des 1752 bestehend

September 1886.

Preis-Liste

über

Spektral-Apparate



angefertigt in den Werkstätten des

Optischen Instituts

von

A. Krüss.

H A M B U R G.

Adolphsbrücke 7.

Das nachfolgende Verzeichniss enthält die am meisten verlangten Arten und Grössen von **Spektral-Apparaten**, sowie die gebräuchlichsten Hilfs- und Neben-Apparate. Ferner werden alle in dieses Fach gehörenden Instrumente zum Gebrauch in der Chemie, Astronomie, Physiologie und Technik angefertigt und auch neue Apparate nach Angabe möglichst zweckentsprechend und mit grösster Sorgfalt ausgeführt.

Unbekannte Besteller leisten ein Drittel des Gesamtbetrages bei der Bestellung als Anzahlung, den Rest bei Abgang der Instrumente.

Die Preise sind in Reichsmark gegen baare Zahlung. — Die Verpackung der Instrumente geschieht mit grosser Sorgfalt und wird billigst berechnet, die Versendung erfolgt auf Gefahr der Empfänger.

Besondere Preislisten werden noch abgegeben über:

**Photometer. — Mikroskope — Projektions-Apparate. —
Glasphotogramme. — Wunder-Camera zu wissenschaft-
lichen Zwecken. — Feld- und Theater-Gläser. —**

No.

M.

I. Spektral-Apparate

nach Kirchhoff und Bunsen.

- | | | |
|---|---|-------|
| 1 | Spektral-Apparat mit 4 Flintglasprismen von 60°, 45°, 45°, 45° und 60 mm Oeffnung auf Tischchen, 2 Fernrohren mit Objectiven von 40 mm Oeffnung und 485 mm Brennweite; das Beobachtungsfernrohr mit zwei Okularen, das Collimatorrohr mit Mikrometerspalt und Vergleichsprisma für eine zweite Lichtquelle. — Das Beobachtungsrohr kann durch eine Mikrometerschraube bewegt und die Grösse dieser Bewegung durch eine getheilte Trommel gemessen werden (s. Kirchhoff, Abhdlgen. d. Berl. Akad. d. Wissenschaften 1861, p. 63). | 750.— |
| 2 | Spektral-Apparat mit 2 Flintglasprismen von 60° und 60 mm Oeffnung auf Tischchen, 2 Fernrohren mit Objectiven von 40 mm Oeffnung und 324 mm Brennweite; Beobachtungsfernrohr mit 8 maliger Vergrößerung, Mikrometerschraube und Messtrommel. Mikrometerspalt mit Vergleichsprisma. Skalenrohr 20 mm Oeffnung und 162 mm Brennweite. — Dieser Apparat kann auch mit nur einem Prisma benutzt werden. | 400.— |
| 3 | Spektral-Apparat mit einem Flintglasprisma von 60° und 40 mm Oeffnung, 2 Fernrohren mit Objectiven von 27 mm Oeffnung und 244 mm Brennweite; Beobachtungsfernrohr mit 6 maliger Vergrößerung, Mikrometerspalt und Vergleichsprisma. Skalenrohr mit 13,5 mm Oeffnung. | 230.— |
| 4 | Spektral-Apparat mit Prisma von 30 mm Oeffnung, 2 Fernrohren von 20 mm Oeffnung und 162 mm Brennweite. Verstellbarer Spalt und Vergleichsprisma. Skalenfernrohr. Beobachtungsfernrohr mit 6 maliger Vergrößerung beweglich. | 105.— |
| | Symmetrischer Mikrometer-Spalt No. 49 (D. R.-P. No. 17092) anstatt des einseitig beweglichen Spaltes erhöht den Preis jeder der obigen Apparate um | 40.— |
| 5 | Spektral-Apparat wie No. 4, jedoch ohne Vergleichsprisma und Skalenrohr; Beobachtungsrohr fest | 85.— |
| 6 | Spektral-Apparat klein auf Holzbrett | 40.— |

No.

M.

II. Spektro-Photometer.

Apparate zur quantitativen chemischen
Analyse.

- ~~~~~
- | | | |
|----|--|--------|
| 7 | Spektro-Photometer nach Vierordt eigener Konstruktion in der Grösse wie No. 3 mit Mikrometer-Doppelspalt und Okularschieber zur Photometrie der Absorptionsspectren und zur quantitativen chemischen Analyse. Durch getheilte Trommeln ist die Weite des Okularspaltes, die Bewegung des Fadenkreuzes, sowie diejenige des Beobachtungsfernrohres zu messen. Mit Absorptionsgefäss, Stativ hierzu, Rauchgläsern und Beobachtungslampe. | 380. — |
| 8 | Spektro-Photometer nach Vierordt eigener Konstruktion wie No. 7, aber anstatt des Flintglasprisma ein stark zerstreues Rutherford-Prisma | 447. — |
| 9 | Spektro-Photometer nach Vierordt eigener Konstruktion in der Grösse wie No. 4, mit demselben Zubehör wie No. 7 | 280. — |
| 9a | Spektro-Photometer nach Vierordt eigener Konstruktion wie No. 9 aber ohne Messeinrichtungen am Beobachtungsfernrohr. Dieser Apparat dient zu ähnlichen Zwecken wie No. 7 und 9 hauptsächlich zur Spektro-Colorimetrie der Zuckersäfte | 225. — |
| 10 | Spektro-Photometer mit gerader Durchsicht auf Stativ (eigene Construction) mit Mikrometer-Doppelspalt und Okularschieber, Messvorrichtungen am Beobachtungsfernrohr, Absorptionsgefäss mit Stativ. Das Ganze in Etui | 230. — |

Dieser Apparat ist klein und leicht in der Tasche zu tragen, er eignet sich deshalb vorzüglich für Mediciner, Physiologen, Chemiker etc. zu Untersuchungen an Ort und Stelle.

*Bei der ursprünglichen Einrichtung des Vierordt'schen Doppelspaltes ist die eine Schneide fest, die andere bewegliche Schneide in zwei Hälften getheilt. Bei dieser Einrichtung wird also der Spalt **einseitig**, d. h. unsymmetrisch zur optischen Axe, geöffnet, und da den beiden Spalthälften bei der Messung verschiedene Weiten gegeben werden, so werden zur Erzeugung des Bildes in der oberen und unteren Hälfte des Okularspaltes Strahlen von etwas verschiedener Wellenlänge beitragen und dadurch einen Fehler hervorrufen, der unter Umständen die Genauigkeit der Messung erheblich beeinträchtigen kann.*

No.

M.

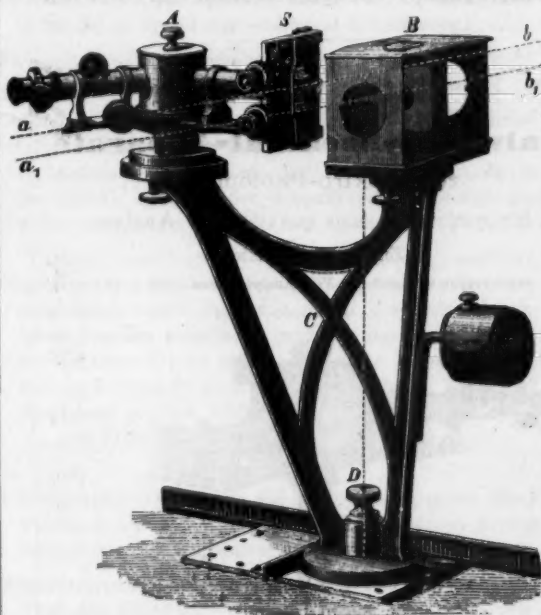
Zur Vermeidung dieses Fehlers habe ich den
symmetrischen Mikrometer-Doppelspalt
 No. 50 (D. R.-P. No. 17092)

construirt, bei welchem beide Spalthälften stets **symmetrisch**
 zur optischen Axe bleiben. Erst durch Anwendung dieses symme-
 trischen Doppelspaltes wird die vortreffliche Methode der Spektro-
 Photometrie nach **Vierordt** vollkommen einwurfsfrei.

Der Preis der **Spektro-Photometer** No. 7, 8,
 9 und 10 wird durch Anbringung des **symmetrischen**
Mikrometer-Doppelspaltes anstatt des unsymme-
 trischen erhöht um

- 11 **Spektro-Photometer** nach Vierordt, 2 Fernrohre mit
 Objektiven von 20 mm Oeffnung und 108 mm Brennweite,

70.—



Prisma von 60° und 30 mm Breite, mit Skalenrohr,
 symmetrischem Mikrometer-Doppelspalt mit zwei Re-
 flexionsprismen, in Verbindung mit einem **Bunsen-**
Photometer, gegen welches es schnell ausgewechselt
 werden kann.....

670.—

Dieser Apparat dient zur Vergleichung der Gesammt-
 intensität und der Intensität in den verschiedenen Theilen des
 Spektrums zweier Lichtquellen, Spektrum-Photometer und
 Bunsen-Photometer können auch von einander getrennt und
 jedes auf eigenem Stativ für sich benutzt werden.

No.		M.
12	Spektro-Photometer nach Cornu	380.—
	<i>Das Licht der beiden Lichtquellen wird durch zwei Collimatoren auf denselben Spalt geworfen und Gleichheit der Helligkeit durch Regulirung der Objektivöffnung der Collimatoren hergestellt.</i>	
13	Polarisations-Spektro-Photometer nach Wild	1000.—
14	Polarisations-Spektro-Photometer nach Glan, für homogenes Licht	390.—
14a	Polarisations-Spektro-Photometer nach Glan, mit Reversion des Nicol'schen Prisma	450.—
15	Polarisations-Spektro-Photometer nach Crova	500 —
16	Polarisations-Spektro-Photometer nach Häfner, mit Beobachtungslampe, Absorptionskästchen und Stativ dazu	450.—

III.

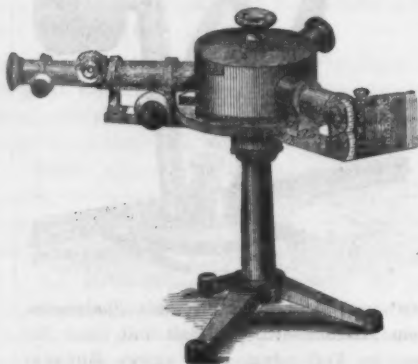
Universal-Spektral-Apparate

zur Spektro-Photometrie,

für qualitative und quantitative Analyse.

Eigene Construction.

(Correspondenzblatt der Ver. Analyt. Chem. 1880 p. 56.)



Die Universal-Spektral-Apparate, welche sehr praktisch für **physikalische** Kabinette sind und auch allen **physiologisch-chemischen** Untersuchungen dienen, besitzen für die qualitative Analyse Skalenrohr, sowie einfachen Mikrometer-spalt mit getheilter Trommel, Platinschneiden und Vergleichs-prisma, Lampe zur Skalen-Beleuchtung; für die quantitative Analyse und zur Photometrie der Absorptionsspektren, Mikro-

No.		M.
	<i>meterdoppelspalt mit zwei getheilten Trommeln (eine mit Nonius) und Okularschieber nach v. Vierordt, Absorptionsgefäß mit planparallelen Wänden und Schulz'schem Glaskörper, Mikrometerstativ, Rauchgläser und Beobachtungslampe. Sie sind mit einem Flintglasprisma von 60°, sowie einem dreifachen Rutherford-Prisma versehen, welche gegen einander ausgewechselt werden können, so dass man mit geringer oder mit starker Zerstreuung arbeiten kann. Das Beobachtungsfernrohr wird durch eine Mikrometerschraube bewegt und die Grösse dieser Bewegung durch eine getheilte Trommel gemessen, ebenso ist die Weite des Okularspaltes und die Bewegung des Fadencreuzes durch eine getheilte Trommel messbar.</i>	
7*	Universal-Spektral-Apparat , Grösse wie Spekto-Photometer No. 7, Spalte mit einseitiger Erweiterung	525.—
9*	Universal-Spektral-Apparat , Grösse wie Spekto-Photometer No. 9, Spalte mit einseitiger Erweiterung	425.—
17	Einfacher symmetrischer Mikrometer-Spalt und symmetrischer Mikrometer-Doppelspalt No. 49 und 50 mit symmetrischer Bewegung der Schneiden (D. R.-P. No. 17092), anstatt der 2 Spalte mit einseitiger Erweiterung erhöhen den Preis der Apparate No. 7* und 9* um je	110.—
18	Objective und Prismen von 60° aus solchen Glassorten hergestellt, welche möglichst wenig die stärker brechbaren Strahlen absorbiren, (anstatt der Objektive und des einfachen Prisma aus gewöhnlichem Glase), wodurch grosse Helligkeit im blauen und violetten Theile des Spektrums entsteht, erhöhen	
	den Preis von Apparat No. 7* um.....	50.—
	" " " 9* "	30.—
19	Photographische Camera mit verstellbarer Casette, durch welche 5 Aufnahmen auf einer Platte gemacht werden können, zu den Apparaten 7* und 9* passend.....	70 —
20	Fluorescirendes Okular nach Soret mit Uranglasplatte, (Pogg. Ann. 152, 1874).....	50.—
21	Fluorescirendes Okular nach Soret mit Uranglasplatte und planparallelem Gefäss mit Quarzplatte.....	75.—
22	Objektive und ein Prisma von 60° aus Quarz für Fluoreszenzversuche	
	für Apparate 3, 7, 7*.....	80.—
	für Apparate 4, 9, 9*.....	60.—
	<i>Universal-Spektral-Apparate mit automatischer Einstellung s. unter V.</i>	

No.

M.

IV. Apparate

zum

Photographiren des Spektrums.

- | | | |
|----|--|-------|
| 23 | Spektrograph. Collimator mit Objectiv von 34 mm Oeffnung und 325 mm Brennweite, 3 Prismen von 50° und 47 mm Oeffnung; aplanatisches photographisches Objectiv von 54 mm Oeffnung und 610 mm Brennweite; Spektrum 20 mm hoch und ca. 150 mm lang
mit unsymmetrischem Mikrometerspalt..... | 700.— |
| | mit symmetrischem Mikrometerspalt..... | 740.— |
| 24 | Spektrograph. Collimator mit Objectiv von 27 mm Oeffnung und 244 mm Brennweite; 2 Prismen von 60° und 34 mm Oeffnung, aplanatisches photographisches Objectiv von 43 mm Oeffnung, 450 mm Brennweite, Spektrum 20 mm hoch, ca. 100 mm lang
mit unsymmetrischem Mikrometerspalt..... | 500.— |
| | mit symmetrischem Mikrometerspalt..... | 540.— |
| 25 | Spektrograph nach H. W. Vogel (Pogg. Ann. 146, p 319) mit Keilspalt, Collimator, 5 fachem Prisma mit gerader Durchsicht und photographischer Kammer, 17 cm lang, 13 cm breit, 10 cm hoch | 150.— |

Mit Hilfe dieses handlichen Apparates lassen sich Photographie des Sonnenspektrums auf Reisen, sogar auf schwankenden Schiffen machen, er eignet sich vorzüglich zu Studien über die chemische Wirkung des Spektrums auf Platten verschiedener Art, für Beobachtungen über die Schwankungen der chemischen Wirkung des Sonnenspektrums u. s. w.

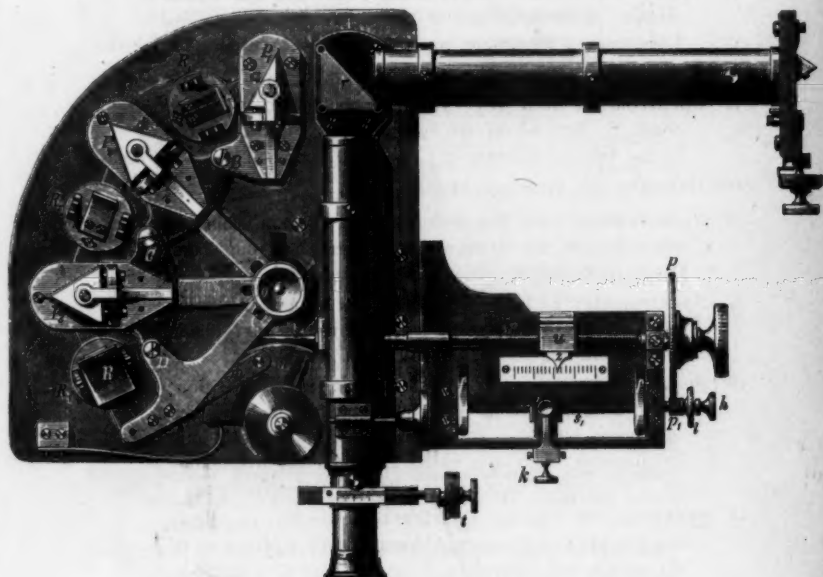
V. Spektral-Apparate

mit automatischer Einstellung der Prismen.

Eigene Konstruktion.

- | | | |
|----|--|--------|
| 26 | Spektral-Apparat mit automatischer Einstellung der Prismen mit 4 Prismen von 60°, Grösse der Prismen und Objektive wie bei Apparat No. 2, mit symmetrischem Spalt | 950.— |
| 27 | Spektral-Apparat mit automatischer Einstellung, mit 2 Prismen von 60°, optische Theile wie bei Apparat No. 2 | 560.— |
| 28 | Spektral-Apparat mit automatischer Einstellung, mit 1 Prisma von 60°, optische Theile wie bei Apparat No. 3 | 300.— |
| 29 | Spektral-Apparat wie No. 26, aber mit 4 Rutherford-Prismen | 1150.— |
| 30 | Spektral-Apparat wie No. 27, aber mit 2 Rutherford-Prismen | 650.— |

No.		M.
31	Spektral-Apparat wie No. 28, aber mit 1 Rutherford-Prisma	367.—
32	Universal-Spektral-Apparat No. 7* mit automatischer Einstellung für beide Prismen	575.—
33	Universal-Spektral-Apparat No. 7* mit automatischer Einstellung für beide Prismen ..	465.—
34	Spektral-Apparat mit automatischer Einstellung der Prismen und Rückkehr der Strahlen durch ein recht-	



winkeliges Reflexions-Prisma. Collimator- und Beobachtungsrohr beide fest. Mit 3 Prismen, 30°, 60°, 60°, wirkend wie ein Spektroskop von 1, 3 oder 5 Prismen. Dimensionen des optischen Theiles wie bei Apparat No. 3, die Prismen jedoch von doppelter Höhe.....

950.—

VI. Spektrometer u. Goniometer.

35	Goniometer nach Wollaston	100.—
36	Goniometer nach Wollaston in Taschenformat	50.—
37	Goniometer nach Babinet mit Fernrohren von 20 mm Objektivöffnung, Kreis von 170 mm Durchmesser mit 2 Nonien, 1 Prisma 60° von 30 mm Seite, zur Bestimmung von Krystallwinkeln, Brechungsexponenten und Zer- streuungs-Verhältnissen	200.—

No.	M.
38	Spektrometer nach Meyerstein , mit Kreis von 324 mm Durchmesser, Ablesung durch 2 Mikrometer-Mikroskope auf 1 Sekunde, Collimator- und Beobachtungsrohr von 41 mm Objectivöffnung 1100.—
38a	Dasselbe mit Polarisationsfernrohren, Compensator nach Babinet, Flintglas-u. Flüssigkeitsprisma, Beleuchtungslampe 2000.—
39	Spektrometer nach Meyerstein , Kreis 270 mm Durchmesser, Ablesung durch 2 Mikrometer-Mikroskope auf 1 Sekunde, 2 Fernrohre von 27 mm Objectivöffnung ... 850.—
39a	Dasselbe mit Polarisationszubehör 1550.—
40	Spektrometer nach Meyerstein , Kreis 170 mm, Ablesung durch 2 Nonien auf 10 Sekunden, 2 Fernrohre von 27 mm Objectivöffnung 510.—
40a	Dasselbe mit Polarisationszubehör 1000.—
41	Spektrometer nach Meyerstein , Kreis 170 mm, Ablesung mit 2 Nonien auf 30 Sekunden, 2 Fernrohre von 27 mm Objectivöffnung 360.—
42	Spektrometer nach Meyerstein , Kreis 105 mm, Ablesung mit 2 Nonien auf 60 Sekunden, 2 Fernrohre von 20 mm Objectivöffnung 165.—
43	Spektrometer eigener Construction , mit Repetition; Tisch, 4 Nonien, Kreis und Fernrohr für sich beweglich und unter einander zu verbinden, Kreis von 324 mm Durchmesser, Ablesung durch 2 Mikrometer-Mikroskope auf 1 Sekunde, Fernrohre von 41 mm Objectivöffnung . 1200.—
44	Spektrometer eigener Construction wie No. 43. Kreis von 270 mm Durchmesser, Ablesung durch 2 Mikrometer-Mikroskope auf 1 Sekunde, Fernrohre von 27 mm Objectivöffnung 900.—
45	Spektrometer eigener Construction wie No. 43. Kreis 170 mm Durchmesser, Ablesung mit Lupen auf 10 Sekunden, Fernrohre von 27 mm Objectivöffnung 540.—
	An die Apparate No. 37—45 kann statt des einseitig sich öffnenden Spaltes der symmetrische Mikrometerspalt No. 49 (D. R.-P. No. 17092) angebracht werden, mit einer Preiserhöhung von 40.—
46	Totalreflektometer nach Kohlrausch , Ablesung durch 2 Nonien auf 1 Minute, Krystallhalter, Klammer und Spitzenplatte, abnehmbare Fernrohrträger 150.—
47	Refraktometer nach Abbe zur Bestimmung des Brechungsindex und der mittleren Dispersion von Flüssigkeiten und festen Körpern. Die Theilung giebt direkt den Brechungsindex für die Linie D bis auf die 3. Decimale an, durch die Ablesung der Trommel des Compensators kann man auf die Dispersion schliessen 240.—

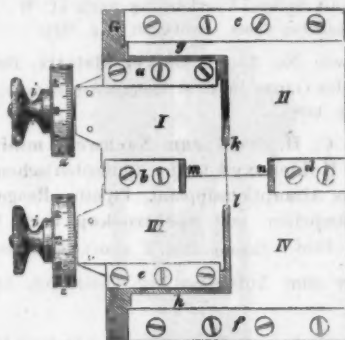
- | | | |
|-----|--|-------|
| No. | | M. |
| 48 | Refraktometer nach Abbe, kleines Modell, zur Bestimmung des Brechungsindex von Flüssigkeiten, direkte Ablesung auf 5 Einheiten der 3. Decimale | 110.— |

VII. Spektral-Spalte

mit symmetrischer Bewegung der Schneiden
und verstellbarer Trommeltheilung

(Deutsches Reichs-Patent No. 17092.)

(Zeitschrift f. Analyt. Chem. 1882 p. 182; Carl's Rep. 1882 p. 217;
Rep. d. Analyt. Chem. 1882 p. 17.)



- | | | |
|----|--|-------|
| 49 | Einfacher symmetrischer Mikrometerspalt mit Platinschneiden, Vergleichsprisma, getheilter Trommel und Ansatzrohr | 70.— |
| 50 | Symmetrischer Mikrometer-Doppelspalt zur quantitativen chemischen Spektral-Analyse nach v. Vierordt mit zwei getheilten Trommeln (eine mit Nonius) und mit Ansatzrohr | 120.— |
| 51 | Okular mit Okularspalt und Fadenkreuz eigener Construction, Fadenkreuz und Spalt können gegeneinander ausgewechselt werden. Die Weite des Okularspaltes, sowie die Bewegung des Fadenkreuzes wird durch eine Mikrometerschraube gemessen | 50.— |

Dieser Okular kann bei den meisten Apparaten angebracht werden; das Fadenkreuz desselben dient als Mikrometer zu feinen Messungen im Gesichtsfelde, der Okularspalt zur Abbildung des übrigen Spektrums bei specieller Untersuchung einzelner Spektralbezirke; es findet also besonders Verwendung bei allen quantitativen Arbeiten, sowie bei Beobachtungen lichtschwacher Erscheinungen im Spektrum.

No.		M.
<p style="text-align: center;">VIII. Spektroskope mit gerader Durchsicht.</p> <p style="text-align: center;">~~~~~</p>		
52	Taschen-Spektroskop nach Browning mit 3 fachem Prisma, in Etui	24.—
53	Taschen-Spektroskop nach Browning mit 5 fachem Prisma, in Etui	36.—
54	Spektroskop mit Spiegel-Vorrichtung nach H. W. Vogel. (Berichte der Deutschen Chem. Gesellschaft X. p. 1645).	48.—
55	Spektroskop wie No. 3, mit Universalstativ, Brenner, Gläsern etc.; das Ganze in Etui (Berichte der Deutschen Chem. Gesellschaft X. p. 1428.)	90.—
56	Apparat nach C. H. Wolff zum Nachweis minimaler Mengen von Kohlenoxyd in der atmosphärischen Luft, bestehend aus Absorptionsapparat, Pipette, Reagenglas, Absorptionsfläschchen und Spektroskop nach Vogel; das Ganze in Etui. (Corresp.-Bl. d. V. Analyt. Chem. 1880 p. 46)	60.—
57	Universalstativ zum Aufstellen der Theile No. 51, mit Brenner	25.—
58	Spektroskop nach Janssen-Hofmann mit 5 fachem Prisma auf Messingstativ mit Mikrometer und Vergleichsprisma	200.—
59	Spektroskop wie No. 53, aber kleiner.	100.—
60	Spektroskop ohne Mikrometer und Vergleichsprisma. in Etui.	75.—
61	Handspektroskop zur Beobachtung der Spektren von Sternschnuppen, Meteoren und anderen sich rasch bewegenden Erscheinungen mit Cylinderlinse	100.—
62	Meteor-Spektroskop nach Browning	60.—
63	Mikro-Spektroskop nach Sorby-Browning mit 5 fachem Prisma, verstellbarem Spalt und Vergleichsprisma. Objektisch mit Beleuchtungsspiegel	90.—
64	Messapparat hierzu, um die Stellung der Linien und Bänder zu bestimmen	30.—

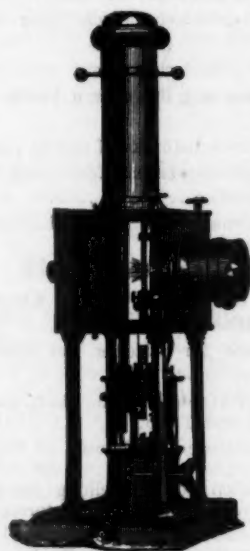
No.

M.

IX. Apparate

zur objektiven

Darstellung der Spektral-Erscheinungen.



65	Laterne nach Duboseq	200.—
66	Spektralspalt, verstellbar durch eine feine Schraube, in Fassung mit einer Beleuchtungslinse, welche die von der Lichtquelle kommenden Strahlen parallel macht ..	48.—
67	Spalt verstellbar in Höhe und Breite	32.—
68	Spalt doppelter oder dreifacher, um 2 oder 3 Spektren mit Hülfe einer einzigen Lichtquelle zu projeciren und zur Deckung zu bringen	40.—
69	Blendscheibe mit kreisförmigen Löchern von verschiedenen Durchmessern	15.—
70	Scheibe mit Blenden von verschiedener Form zur Darstellung der Reliefspektren	30.—
71	Stativ zum Hoch- und Niedrigstellen mit Convexlinse zur Projektion des Spaltbildes	30.—
72	Prismanteller zum Hoch- und Niedrigstellen und zum Drehen für Prismen	24.—
73	Stativ für 1 Prisma zum Hoch- und Niedrigstellen und zum Neigen der Prismen	27.—
74	Stativ zur Aufstellung von Prismen im Minimum der Ablenkung, zum Hoch- und Niedrigstellen	35.—

No.		M.
75	Schwefelkohlenstoff-Prisma in Pappfutteral	15.—
76	Heliostat mit Bewegung in zwei Richtungen mittelst Zahn und Trieb	120.—
77	Heliostat nach Silbermann mit Uhrwerk	600.—
78	Heliostat nach Foucault mit Uhrwerk	1200.—
79	Heliostat nach Meyerstein mit Uhrwerk	120.—
80	Handregulator für elektrisches Licht zum Hoch- und Niedrigstellen	50.—
81	Handregulator für elektrisches Licht zum Hoch- und Niedrigstellen, Einstellung der oberen Kohle mit Zahn und Trieb	80.—
82	Elektrische Lampe nach Ruhmkorff mit 10 ausgehöhlten Kohlencylindern auf drehbarem Teller und Trieb zum Hoch- und Niedrigstellen	100.—
83	Regulator nach Duboseq mit festem Lichtpunkt zum Hoch- und Niedrigstellen	225.—
84	Regulator nach Foucault und Duboseq	400.—
85	Contactlampe nach Hefner-Alteneck in Kasten	206.—
86	Ausschalter mit Platincontact	15.—
87	Kohlen-Zink-Elemente für Batterien zur Erzeugung des elektrischen Lichtes; 50—60 Stück	5.—
88	Leuchter für Hydro-Oxygen-Gas zum Hoch- und Niedrigstellen durch Zahn und Trieb	48.—
89	Kalkcylinder in verlötheten Blechdosen 50 Stück	12.—
	10 „	3.—
90	2 Gassäcke nebst allen zur Darstellung des Hydrogens und Oxygens gehörenden Utensilien; Retorten etc. Mit der Laterne nach Duboseq und mit dem Heliostaten können Apparate zur Projektion der Polarisations-Erscheinungen, mikroskopischer Vergrößerungen, verschiedener physikalischer und chemischer Vorgänge, sowie von photographischen und anderen Glasbildern verbunden werden. (S. Preisliste über Projektions-Apparate)	300.—

X. Prismen.

Prismen aus Crown oder Flintglas mit zwei runden polirten Flächen, Winkel 60 Grad:

91	Durchmesser der runden Flächen 10 mm	6.—
92	„ „ „ „ 15 mm	7.50
93	„ „ „ „ 20 mm	10.—
94	„ „ „ „ 25 mm	13.—
95	„ „ „ „ 30 mm	17.—
96	„ „ „ „ 35 mm	21.—
97	„ „ „ „ 40 mm	25.—
98	„ „ „ „ 45 mm	29.—
99	„ „ „ „ 50 mm	34.—
100	„ „ „ „ 55 mm	40.—
101	„ „ „ „ 60 mm	48.—
102	„ „ „ „ 65 mm	58.—
103	„ „ „ „ 70 mm	70.—

No.		M.
	Die Preise von rechtwinkligen Prismen mit quadratischen Kathetenflächen sind etwa um die Hälfte höher.	
104	Dreifaches Rutherford-Prisma , aus 1 Flintglasprisma von 90 Grad und 2 Crownglasprismen von je 30 Grad bestehend, 40 mm Höhe	100.—
	Fünffache Prismen mit gerader Durchsicht, aus 3 Crownglas- und 2 Flintglas-Prismen bestehend:	
105	Höhe 5 mm	20.—
106	„ 10 mm	30.—
107	„ 15 mm	45.—
108	„ 20 mm	60.—
109	„ 25 mm	85.—
	Flüssigkeits-Prismen nach Meyerstein, Duboscq, Röhlmann u. A., sowie alle anderen Arten Prismen.	

XI. Hilfs-Apparate.

110	Gasbrenner nach Bunsen mit Regulirung des Luftzuges und Schornstein	4.25
111	Derselbe zum Hoch- und Niedrigstellen	5.50
112	Lichtbrenner zur Erleuchtung der Skala	1.50
113	Petroleumlämpchen auf Stativ zur Beleuchtung der Theilungen	3.50
114	Zwölf Glasröhrchen mit eingeschmolzenen Platindräthen	1.25
115	Halter für die Glasröhren	1.50
116	Drehbares Stativ nach Mitscherlich mit 8 Glasröhrchen mit eingeschmolzenen Platinbüscheln	12.—
117	Stativ nach Bunsen und Desaga zur Flammenreaktion bei der Spektralanalyse; Lampe, Porzellanteller, Stativ mit Halter, 6 Röhrchen mit eingeschmolzenem Platindrath, 1 Messer	17.—
118	Weingeistlampe nach Breitenlohner	15.—
119	Universalhalter nach Schellen	25.—
120	Apparat zur Umkehrung der Natronlinie nach Bunsen	12.—
121	Geissler'sche Röhren mit Wasserstoff oder Stickstoff, unter Anwendung der besten bis jetzt zur Reindarstellung dieser Gase bekannten Methoden dargestellt, zur Bestimmung und Controllirung der Constanten des Apparates	2.50
122	Stativ zum Einspannen der Geissler'schen Röhren	20.—
123	Glaskasten planparallel für die Absorptionerscheinungen von Flüssigkeiten	3—6
124	Absorptionsgefäß mit planparallelen, abnehmbaren Glaswänden und Schulz'schem Glaskörper zum Vierordt'schen Apparat	18.—
125	Absorptionsgefäß wie No. 123, jedoch die Glaswände nicht durch Gummiringe, sondern durch Federn gehalten	20.—

No.		M.
126	Absorptionsgefäß mit planparallelen durch Federn gehaltenen Glaswänden und Schulz'schem Körper, durch eingeschliffenen Glasstöpel verschließbar.....	24.—
127	Absorptionsgefäß mit planparallelen abnehmbaren Glaswänden, keilförmig.....	15.—
128	Absorptionsgefäß wie No. 124 aber mit Quarzplatten und Quarzwürfel zu Fluoreszenzversuchen.....	65.—
129	Mikrometerstativ zum Aufstellen der Absorptionsgefäße.....	18.—
130	Spektraltafeln nach Kirchhoff und Bunsen: Tafel I.: Sonnenspektren von Ka, Rb, Cs, Fl, Na, Li, Ca, Sr, Ba.....	6.—
	do. II.: Spektren von Su, C, Bo, Mn, Pb, Cu, Co, Ni, Fe.....	6.—
131	Sternspektren-Tafel III. nach Huggins und Miller; Spektren von Aldebaran, Beteigeuze, T in der Krone, Nebelfleck 37 H, mit vergleichendem Sonnenspektrum.....	6.—

XII. Colorimeter nach C. H. Wolff.

(Pharm. Ztg. 1879 p. 587; Chem. Ztg. 1879 p. 699; Corresp.-Bl. der Ver. Analyt. Chem. 1880 p. 9; Ztschft. f. Analyt. Chem. 1880, p. 387; Chem. Centralblatt 1880 p. 28; Phot. Wochenblatt 1880 p. 257; Dingler's Journ. 1880 236. Bd. p. 71.)

Das Colorimeter nach C. H. Wolff findet seine Anwendung überall da, wo colorimetrische Methoden überhaupt zu benutzen sind, z. B. zur Werthbestimmung der Anilinfarbstoffe, des Indigo, der Cochenille, der Farbhölzer, zur Bestimmung der entfärbenden Kraft der Knochenkohle, zur Werthbestimmung der Salicylsäure in den Verbandwatten, zur quantitativen Bestimmung minimaler Mengen von Kupfer, Zink, Blei, Chlorverbindungen, zur Bestimmung des Ammoniaks und der salpetrigen Säure im Trinkwasser, zur Herstellung gefärbter Türlösungen etc. etc.

132	Colorimeter nach C. H. Wolff in elegantem Nussbaumkasten, welcher zugleich als Stativ dient.....	100.—
133	Colorimeter nach C. H. Wolff auf Eisenfuss.....	80.—
134	Spektro-Colorimeter eigener Konstruktion mit Nussbaumkasten.....	138.—
135	Spektro-Colorimeter auf Eisenfuss.....	118.—
136	Spektro-Colorimeter wie No. 134 mit Skala.....	145.—
137	Spektro-Colorimeter wie No. 135 mit Skala.....	125.—
	<i>Nach Entfernung des Spektroskopes kann das Instrument als gewöhnliches Colorimeter nach Wolff benutzt werden.</i>	
138	Farbenmaass nach Stammer.....	135.—



3



it

le

the

U

U

4

Im Verlag von Joh. Ambr. Barth
in Leipzig ist neu erschienen:

Erdmann-König,

Grundriß

der
allgemeinen Warenkunde.

Für
Handels- und Gewerbeschulen
sowie

zum Selbstunterrichte

entworfen von
Dr. Otto Linne Erdmann,

will. ord. Prof. der Chemie an der Universität Leipzig

Erte,

neu bearbeitete und stark vermehrte

Auflage

von
Prof. Dr. Chr. Rud. König.

Mit 45 Holzschnitten und 1 Tafel mit
mikroskopischen Abbildungen.

600 Seiten gr. 8^o.

Preis gebunden M 6.75.

in 1. Halbtanz gebunden M 8. —

in allen Buchhandlungen zu haben.

Neue Kataloge

physikal. Apparate

bitte ich mir umgehend zu

übersenden, zur Beförderung

Kabinetts einer grossen über-

gesellschaftlichen Universität.

Joh. Ambr. Barth in Leipzig.

Apparate

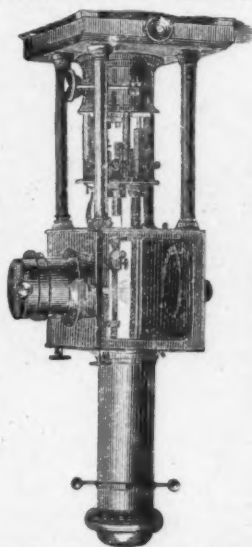
zur objectiven Darstellung

der Spectral- und Polarisations-Erscheinungen,

mikroskopischer Vergrösserungen photographi-

schert und gemalter Bilder von Wissenschaft-

liehen Gegenständen, von Gegenden u. s. w.



Optisches Institut von

A. Krüss in Hamburg.

Optisches Institut
von A. Krüss in Hamburg.

An Universitäten, höheren Lehranstalten und
für öffentliche Vorträge mit grossem Erfolg
vielfach im Gebrauch.
Preisacourante auf portofreie Anforderungen
kräftig.

HANDBUCH DER HYGIENE

v. **Pettenkofer u. v. Ziemssen's**

Gewerbekrankheiten.

Erster Theil. 2. Abtheilung. 2. Heft.

Die Luft

Dr. **Friedrich Reuk** in München.

gr. 8. 1886. Mit 27 Abbildungen. Preis 6 Mk.

Mit einer Beilage von **A. Krüss** in Hamburg.
Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

